Årg. 32: 2 Juni 1949

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ANDRA HÄFTET

Sid.

Carl-Erik Fröberg och Göran Kjellberg, Siffermaskiner I 81
Henrik Petrini, Om ytlikhet 105
Erik Ingelstam och Åke Thulin, Nyare konstruktioner inom spegeloptiken I 107
Bertil Englund, Kemiska reaktionsformler III 122
Agnar Egmark, Schema för vägningskorrigering 125
Evald Samén, Organiska föreningar och valenstal 126
Notis om ozongasapparat 129
Bokanmälningar: Schiff, Quantum Mechanics; Houston, Principles of Mathematical Physics; Courant-Robbins, What is Mathematics?; Murnaghan, Introduction to Applied Mathematics; Ore, Number Theory and its History; Rice-Teller, The Structure of Matter; Oldenberg, Introduction to Atomic Physics; De Broglie, Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs; Moelwyn-Hughes, The Kinetics of Reactions in Solutions; Conant, On Understanding Science; Strong, Chemistry for the Executive; Hatcher, An Introduction to Chemical Science; Berzelius, Reiseerinnerungen aus Deutschland; Bonniers Konversationslexikon Bd XIV; Råvaror och material 130
Recensenter i detta häfte 140
Gradualavhandlingar: T. Ljunggren, Contributions to the Theory of Diffraction of Electromagnetic Waves by Spherical Particles; B. Bruno, The Capture of Mesons; Per-Axel Lagerqvist, Kurze Zusammenfassung von gravimetrischen Experimentaluntersuchungen; G. Brogren, Investigations into X-Ray Absorption Spectra of Rare Gases 141
Tidskrifter, innehållsöversikt 144
Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. Bågman) 146
Matematiska och fysikaliska uppgifter i studentexamen V. T. 1949 .. 149
Realexamen V. T. 1949: Provräkning 156
Praktisk realexamen V. T. 1949: Uppgifter i fysik och Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära 157
Insänd litteratur 160

Annonsörer: Elektronikbolaget; Rudolph Grave; N. J. Gumpert; Norstedt & Söner; Svenska AB Philips; Svenska Bokförlaget.

Pris pr år kr. 10: — pr häfte kr. 3: —

ELEMENTA

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Pris pr år 10 kr., pr häfte 3 kr. Subskription sker enklast genom inbetalning av 10 kr. å postgiro nr 527 55, då tidskr. erhålles pr utgivarekorsband.

Vid behov av äldre årgångar vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Priset är för årg. 13—30 kr. 8 per årg. samt för årg. 31 (1948) kr. 10. Av årg. 1—12 äro flera ofullständiga.

Pärmar à kr. 1:75; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, osv. t. o. m. 29—30. — Inbundna årg. enl. offert.

Särtryck:

1. Axel Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1: —.
2. Martin Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1: —.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1: —.
4. J. Tandberg, Vinkelns tredelning. Slutsåld.
5. Gustaf Ljunggren, Gasskyddets kemi, kr. 0: 80.
6. Stig Comét, Matrisräkning, kr. 1: 60.
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2: 40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1: 40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1: 40.

Problemhäften: 1943, 1944, 1945, 1946, 1947 och 1948 à 80 öre med svar och anvisningar. Innehålla matem. o. fysikaliska uppg. i studentex. o. fyllnadsprövningar. Provräkn. i realex. Uppg. i fysik o. i maskin- o. byggnadslära vid praktisk realex.

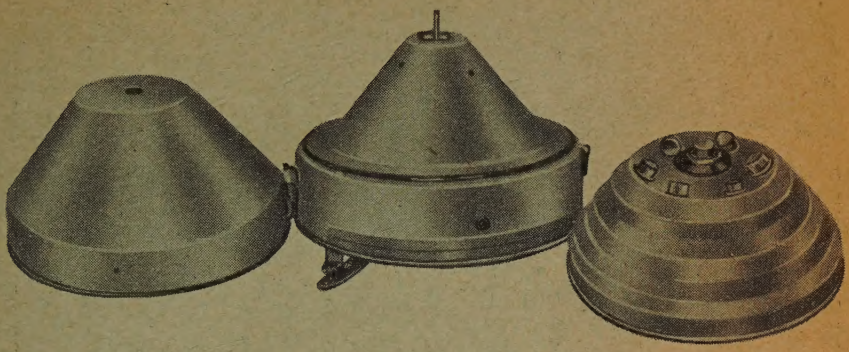
Särtrycken sändas pr post om inbetalning sker å tidskriftens postgiro 527 55 (skriv rekvisition å girokupongen). Även genom bokhandeln.

Redaktion och expedition: C. E. Blom, Karlbergsvägen 16 IV, Stockholm Va. Postgiro 527 55.

Obs!

En årgångsserie av Elementa årg. *1—26* (1917—1943) i 13 klotband, kan erhållas från tidskriftens exp. till ett pris av kr. 280: — jämte frakt. I första årg. saknas tredje häftet; serien är f. ö. fullständig.

PHYWE



PHYWE LABORATORIECENTRIFUG

typ Universal

Reglerbar hastighet — Max 5000 varv/min.
God utbalansering — Minimal rotoruppvärmning

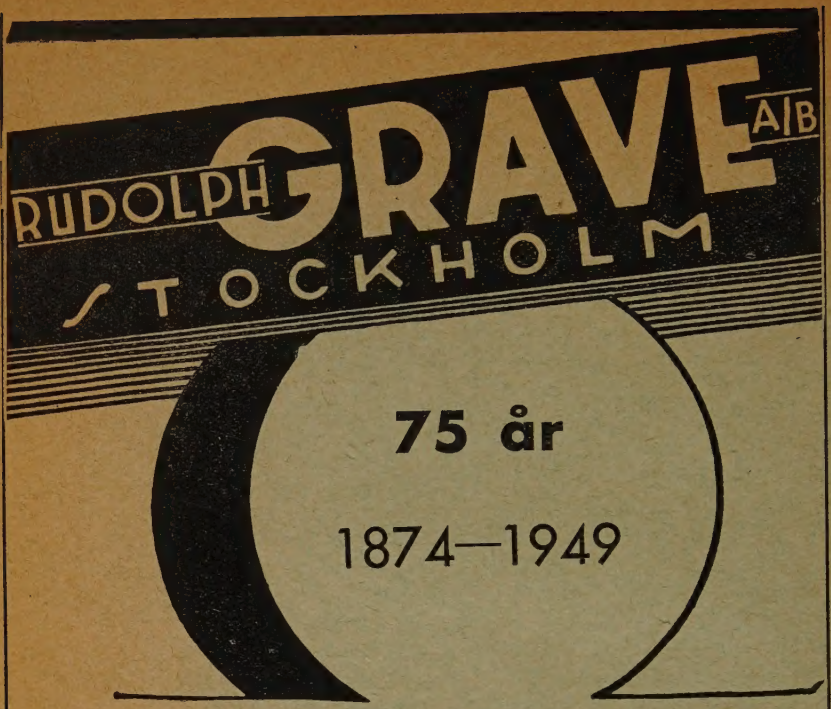
För lik- och växelström 110, 150 eller 220 volt.
Levereras med 6 centrifugglas om 15 cm^3 och tillhörande aluminiumskyddstuber.
Pris komplett Kr. 260:—. Leverans ca 2 mån. efter order.

FÖR FYSIKUNDERVISNINGEN:

Kompletta Phywe-satsen för mekanik, elektricitetslära och optik levereras omgående från lager i Stockholm. Pris Kr. 1685:—. Beställ samlingspärmen "Die Physik in Versuchen", beskrivande 150 olika försök. Pris Kr. 30:—.

ELEKTRONIKBOLAGET AB.

Kungsgatan 34 — Undervisningsmateriel Tel. 21 62 93.



ALLT för FYSIK- och KEMI-undervisningen

Vi inbjuda till ett besök i våra

moderna utställningslokaler

Utställning, fabrik och kontor:

MALMSKILLNADSGATAN 48 C

Telefon: 23 37 80 (växel) Telegr.-adr.: Grave, Stockholm

Siffermaskiner. I.

Av docent CARL-ERIK FRÖBERG, Lund, och
fil. kand. GÖRAN KJELLBERG, Stockholm.

»En matematiker vet hur man skall lösa
ett problem, men han kan inte göra det.»

Något år efter det sista krigets slut gick det genom pressen häpnadsväckande uppgifter om en ny elektronisk räknemaskin, konstruerad i USA, som var i stånd att beräkna projektilbanor fortare än projektilerna själva kunde tillryggalägga dem. Det var snart klart, att det rörde sig om ett nytt fält i den tekniska forskningen, ett fält som befann sig i sjudande utveckling. Meddelandena fortsatte att strömma in, både om redan fullbordade maskiner och om projekt för ännu effektivare anläggningar.

Dessa nya maskiners viktigaste karakteristikum är, att de utföra långa serier av aritmetiska operationer automatiskt, dvs. utan mänskligt ingripande. Den egenskap, som vid första bekantskap slår oss mest, är emellertid deras enorma räknehastighet — för vilken självfallet den automatiska styrningen är en nödvändig förutsättning. Den ovannämnda maskinen, vars namn är ENIAC, hinner med 360 multiplikationer per sekund, och under byggnad äro redan maskiner med mer än tio gånger så stor hastighet.

Det fanns redan förut stora beräkningsmaskiner, bland vilka vi nämna differentialanalysatorer och hålkortsmaskiner, men de nya apparaterna, som vi skola kalla *siffermaskiner,* äro av annan typ. På en differentialanalysator löser man ett system ordinära differentialekvationer genom att koppla ihop ett antal roterande axlar och skivor till ett fysikaliskt system, vars rörelse lyder de givna ekvationerna. När man (t. ex. med en vev) varierar oberoende variabeln, följa alla de beroende variablernas axlar med i rörelsen, och i överensstämmelse med ekvationerna. Man kan säga, att lösningen nås genom fysikaliska metoder, ej med numeriska. Detta är gemensamt för hela den grupp av räkneinstrument, som brukar kallas *analogi-* eller modellmaskiner, och vars mest framstående medlem är differentialanalysatorn. Äldst av dem är den vanliga räknestickan, och bland modernare analogimaskiner kan nämnas luftvärnets centralinstrument.

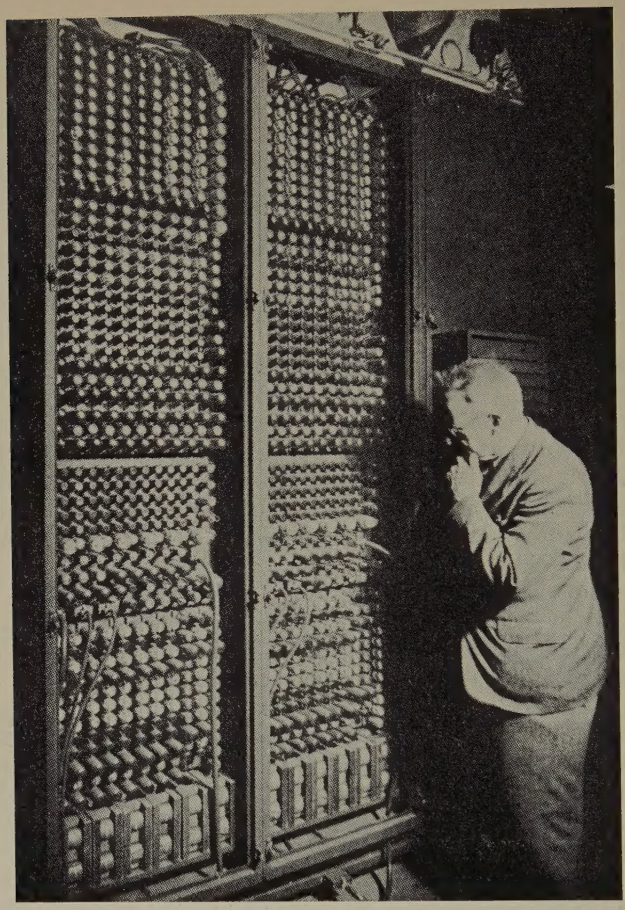


Fig. 1. Två ackumulatorer (minnesregister) i Eniac, innehållande 1 100 elektronrör.

Hålkortsmaskinerna (beskrivna i detalj i Elementa, dec. 1948) räkna numeriskt och i princip så, att de utföra en och samma aritmetiska operation successivt på ett stort talmaterial. Siffermaskinerna däremot utföra en (teoretiskt) obegränsat lång sekvens av operationer på ett stort eller litet talmaterial. I denna uppsats beskriva vi siffermaskinernas viktigaste principer och beståndsdelar samt några av de maskiner som nu äro under byggnad. I en följande uppsats skola vi granska mera i detalj de matematiska

betraktelsesätt, som kommit till användning vid deras konstruktion samt de aspekter de öppna för tillämpad matematik och teknisk forskning.

Idén till automatiska räknemaskiner är inte ny utan finnes uttalad i en skrift av Charles Babbage i England, publicerad redan 1837. Men först våra dagars kommunikationsteknik, exemplifierad i *telefonreläet* och *elektronröret*, har gjort det möjligt att effektivt realisera Babbage's idéer. De senaste stora framstegen utnyttja metoder, som utbildats först under kriget, inom radarteknik och television.

Den första maskinen av detta slag, Mark I vid Harvard, togs i bruk i april 1944 och är den, som ansluter sig närmast till Babbage's ursprungliga plan. Den är en delvis mekanisk maskin, vars räkneverk innehålla roterande hjul precis som i en vanlig bordsmaskin, ehuru kontrollerna ske elektriskt. Den elektroniska eran inleddes med ENIAC (se fig. 1), som fullbordades i jan. 1946, och nu finnas åtminstone 14 färdiga siffermaskiner i världen — av vilka dock ENIAC tills vidare är den enda helt elektroniska. I skrivande stund befinna sig såvitt vi veta 35 elektronrörsmaskiner på experiment- eller byggnadsstadiet. Utvecklingen gör alltså i alla avseenden skäl för namnet explosionsartad, och vi äro skyldiga att varna läsaren, att det han nu läser skrevs i april 1949 och sannolikt redan är förlegat.

Inre organisation.

»He keeps a lady in a cage
most cruelly all day,
and makes her count and calls her 'miss',
until she fades away.»
(G. K. Chesterton, Song against grocers.)

En blick på fig. 2 gör tydligt vilka arbetsmoment en automatisk räknemaskin måste vara i stånd att utföra. Förutom ett *räknande organ* (aritmetisk enhet) behövs ett *minne* för lagring av mellanresultat, som skola användas längre fram under arbetet, och en *kontroll*,[1] som tillser att maskinen i vart tidsmoment utför rätt operation på rätta tal. Det är också klart, att maskinen måste vara försedd med ett *ingångsorgan* för inmatning av siffermaterial och instruktioner, samt med ett *utgångsorgan*, som framställer resultaten i en för människor njutbar form.

[1] »Kontrollera» och »kontroll» använda vi i fortsättningen endast om sådana skeenden eller element som reglera maskinens handlande. För kontroll av räkneresultat eller av riktig funktionering hos maskinen använda vi »checka», resp. »checkning».

Finnas dessa element, så kan maskinen lösa alla problem, som överhuvudtaget kunna lösas numeriskt, åtminstone i princip. Dess begränsningar i praktiken komma vi så småningom till. Maskinen har ett klart försteg framför den räknande människan, när det gäller snabbhet, men på två viktiga punkter är den senare fortfarande överlägsen. Medan en mänsklig räknare disponerar ett praktiskt taget obegränsat minnesutrymme för mellan-resultat, i form av skrivpapper, är ett maskinminne av toppklass, som både

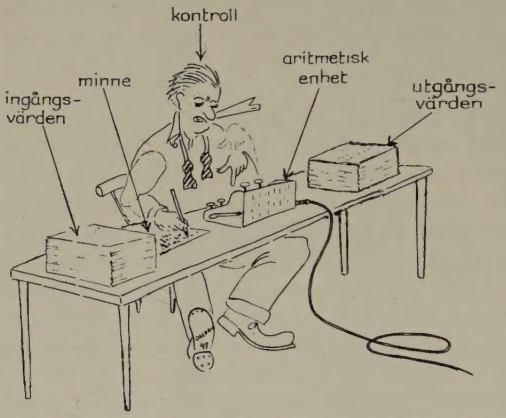


Fig. 2. Arbetsmomenten vid numerisk räkning.

är rymligt och medger skrivning och läsning i samma takt som maskinen räknar, fortfarande en tekniskt svår och dyrbar inrättning. Vid byggandet av en snabb beräkningsmaskin är därför konstruktionen av minnet oftast den centrala uppgiften, och i regel gäller det också, att en maskins effektivitet bestäms av kvaliteterna hos dess minne.

Vad beträffar människans andra övertag, förmågan att ändra sina dispositioner och fatta nya beslut under arbetets gång, komma vi att se, att det inte finns några principiella hinder för maskinen att också göra detta, och i själva verket ha alla här behandlade maskiner en viss förmåga i detta avseende, ännu så länge dock ganska blygsam.

Fig. 3 visar symboliskt de fem huvudbeståndsdelarna i en siffermaskin och ett möjligt alternativ för dess organisation. Heldragna pilar ange de vägar, längs vilka tal eller instruktioner föras mellan de olika enheterna, medan streckade pilar antyda de ställen, där den instruktion som just nu står i kontrollenheten påverkar maskinens handlande. Det är tydligt, att trafiktrassel skulle kunna

uppstå inom maskinen; för att undvika detta konstruerar man numera alltid maskiner så, att de utföra endast en operation i taget. Man kunde vinna i snabbhet genom att låta dem göra flera saker samtidigt, men alla hittills vunna erfarenheter visa, att planerandet av ett räkneprogram då blir avsevärt krångligare, och att vinsten inte är värd sitt pris.

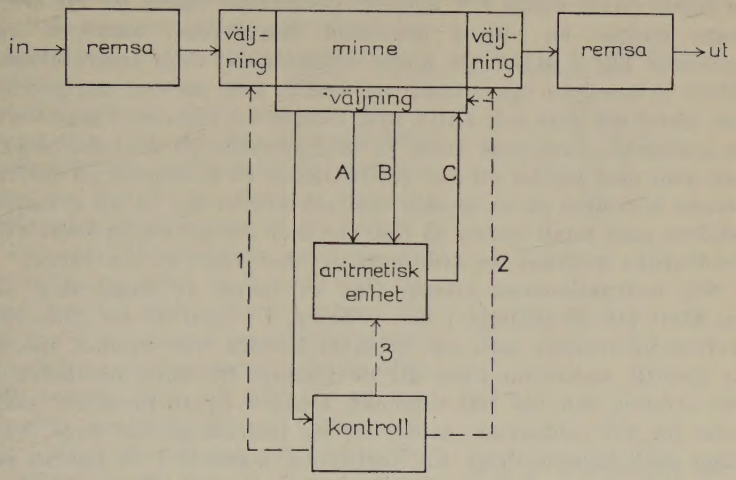


Fig. 3. Ett alternativ till inre organisation av en siffermaskin.

De instruktioner (eller *order*) som maskinen kan »förstå» måste vara av ett fåtal enkla typer. Alternativet i fig. 3 förutsätter order av typen:

$$A \text{ op. } B \rightarrow C$$

innebärande att två tal hämtas från platserna A och B i minnet och kombineras i enlighet med »op.», som är en av de elementära aritmetiska operationerna, samt att resultatet inskrives i minnet på platsen C; A, B och C äro nummer på minnesplatser och kallas i detta sammanhang *adresser*. En maskin, som begagnar denna typ av instruktioner, säges använda tre-adress-systemet. Vanligt förekommande är också en-adress-systemet, i vilket ovanstående operation skulle ha uttryckts i tre tempon, ungefär så: »A op., B op., C op.»

Instruktionerna måste komma någonstans ifrån och matas in i kontrollenheten i just den takt, varmed maskinen kan förbruka dem. I tidigare maskiner kommo de utifrån, i regel från hålremsor av papper, men i de nya snabbare maskinerna är detta

omöjligt. Det är därför numera vedertaget att från början lagra hela räkneprogrammet i själva minnet, varifrån orderna sedan kunna läsas ut i samma takt som talen. Eftersom orderna måste uttryckas i någon sorts kod, innehållande endast nollor och ettor (se nedan!), finns det från maskinens synpunkt ingen skillnad mellan tal och instruktioner. (Ett tal eller en instruktion, som fyller en minnesplats, kallas f. ö. med ett gemensamt namn för ett *ord*.) Detta medför en ytterst intressant konsekvens, nämligen att maskinen blir i stånd att under kontroll av vissa instruktioner utföra aritmetiska operationer på andra, och att den därigenom kan modifiera dem och alstra nya. Genom att successivt modifiera de ingående adresserna (som ju äro nummer på minnesplatser) kan man med endast ett par instruktioner få maskinen att utföra samma operation på en mycket lång sekvens av tal. Så till exempel behöver man totalt endast 25 instruktioner för att multiplicera två kvadratiska matriser av ordningen n, oberoende av n:s värde.

När instruktionerna avläsas från en remsa av något slag, är det klart att de anlända i den ordning, i vilken de en gång inskrivits på remsan, men om de skola hämtas från minnet, måste en speciell mekanism tillse att de komma till kontrollenheten i rätt ordning och vid rätt tidpunkt. I några nyare maskiner sker detta på det raffinerade sättet, att en instruktion får ange, var nästa skall hämtas ifrån. En instruktion kommer i så fall att se ut så här: A op. B → C ; D, där D är adressen till nästa order. Systemet kallas fyra-adress-system. Hur ordermatningen än ordnas, tillser man alltid, att maskinen får möjlighet att på vissa ställen i programmet med stöd av tidigare räkneresultat själv bestämma, var nästa order skall hämtas. I fyra-adress-systemet sker detta tydligen enklast genom en aritmetisk modifikation av adressen D.

Grundelementen.

»Solche allgemeine Erkenntnisse nun, die zugleich den Charakter der inneren Nothwendigkeit haben, müssen, von der Erfahrung unabhängig, von sich selbst klar und gewiss sein; man nennt sie daher Erkenntnisse a priori: da im Gegentheil das, was lediglich von der Erfahrung erborgt ist, wie man sich ausdrückt, nur a posteriori, oder empirisch erkannt wird.»
(Immanuel Kant.)

Vi ha nämnt telefonreläet och elektronröret som konstituerande element i de nya siffermaskinerna. De användas i två olika funktioner: som *grindar* och som *minneselement*. Fig. 4 a ger en schematisk bild av ett relä. När ström flyter genom spolen A,

påverkas reläets kontakt så, att strömbanan BC är bruten. När ingen ström flyter genom A, ligger kontakten i sitt jämviktsläge, där den kvarhålles av fjäderkraft, och BC är sluten. Genom att lägga spänningar över A kunna vi alltså bestämma, om en viss signal i ledningen BC skall släppas fram eller inte. En sådan anordning kallas en *grind*. Ett elektronrör kan, bland mycket annat, också uträtta allt som ett relä kan göra, med den enda skillnaden, att det reagerar tusen ggr snabbare, och speciellt kunna olika typer av flergallerrör användas som grindar. Alla anordningar av detta slag kunna avbildas som i fig. 4 b, där streckad linje markerar den kontrollerande signalen, vare sig den är en ström i en reläspole eller en spänning på ett galler.

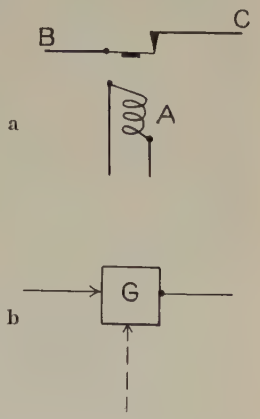


Fig. 4. a. Principen för ett relä. b. Det logiska begreppet »grind».

Ett relä försett med koppling för självhållning, eller med mekanisk låsning, har två stabila jämviktslägen. Ett rör har inte i samma mening två stabila jämviktslägen, men man kan på olika sätt koppla ihop två rör till en s. k. flip-flop som har det — antingen är rör 1 strömförande och rör 2 icke, eller 2 strömförande och 1 icke. I sådan koppling kunna rör och reläer begagnas som minneselement. I en svit minneselement kan information registreras i form av kombinationer av ettor och nollor, varvid vi kalla det ena jämviktsläget för en etta, det andra för en nolla.

Grindar och minneselement äro de nödvändiga och tillräckliga enheter som möjliggöra konstruktionen av en automatisk räknemaskin. I nästa artikel komma vi att beskriva utförligare hur man genom att koppla ihop grindar kan bygga upp kombinatoriska kretsar, som välja (t. ex. bland minnets olika platser), som kontrollera eller som utföra aritmetiska operationer. Man kan t. o. m. visa, att varje tänkbar logisk relation mellan ett ändligt antal variabler kan framställas genom kombination av grindar. En siffermaskin utgör i själva verket en intressant illustration till den Kantska analysen av kunskapsbegreppet, varvid a-priori-kunskaperna i maskinen representeras dels av logiska kretsar (kombinationer av grindar) som äro *inbyggda* i den, dels av det pålagda räkneprogrammet, som bestämmer i vilken ordning de olika kretsarna skola aktualiseras, medan de empiriska kunskaperna

utgöras av den information som för tillfället står lagrad i minnet. Vi ha därmed inte påstått, att en siffermaskin »tänker»; vad som däremot är obestridligt är att maskinen levererar en fysikalisk *modell* av ett visst slags tänkande, nämligen det, där logiska slutsatser dras ur ett ändligt antal precisa fakta. Och att det är möjligt att av grundstenarna grindar och minneselement bygga modeller av varje möjlig tankeoperation av detta slag.

Längre ner, vid beskrivningen av olika mera avancerade typer av minnen, skola vi finna, att deras element äro fysikaliska anordningar, som alla ha det gemensamt, att de ha två distinkta stabila jämviktslägen. Det förefaller då naturligt att låta talen i maskinen representeras i det binära talsystemet, som endast har två siffror, 0 och 1. Även detta ämna vi beskriva något utförligare i nästa artikel. Tills vidare påminna vi bara om att det är det system, där ett tal skrives som en summa av multiplar av tvåpotenser — i stället för som en summa av multiplar av tiopotenser.

$$\text{Ex. } 27 = 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + \\ + 1 \cdot 2^0 = 11011.$$

Det kan emellertid vara skäl att påpeka, att man inte är bunden till det binära systemet bara därför att alla minneselement äro tvåvärda. Tre sådana element tillsammantagna ge åtta möjliga distinkta kombinationer, och fyra element ge 16 kombinationer. Man kan välja ut tio av dessa och låta dem representera de dekadiska siffrorna 0 till 9 och har då ett s. k. »kodat decimalsystem». Detta för med sig något mera krångliga och omfattande kombinatoriska kretsar, men i gengäld behöver man inte översätta ingående och utgående tal från det ena systemet till det andra. I själva verket räkna alla hittills fullbordade maskiner i det dekadiska systemet, medan många av dem som nu äro under byggnad använda binärt system.

Apparatur för in- och utmatning av tal

är, i jämförelse med grindar och minneselement, utanverk i maskinen men i praktiken inte mindre nödvändig. Hålkort, hålremsor, magnetisk remsa och magnetisk tråd äro de typer av utrustning som hittills förekommit. I jämförelse med de minnen som beskrivas längre fram ha dessa element framförallt fördelen att vara obegränsat rymliga, permanenta och billiga. Så länge man nöjer sig med att komma åt talen i den ordning de en gång registrerats, äro de också ganska snabba. Följande tabell ger några karakteristiska värden, som kan anses vara till storleksordningen riktiga (tiden angiven i millisekunder):

	Kostnad kr/siffra	Volym cm^3/siffra	Operationstid ms
Hålremsa	$3 \cdot 10^{-5}$	10^{-2}	3
Magn. remsa	$3 \cdot 10^{-7}$	10^{-5}	0,1

Om man däremot vill välja bland värden på en remsa, stiga operationstiderna till storleksordningen tiotal sekunder. En magnetisk remsa, använd i Mark III, visas i fig. 5. Från den kan man läsa av tio 16-siffriga (decimala) tal i sekunden.

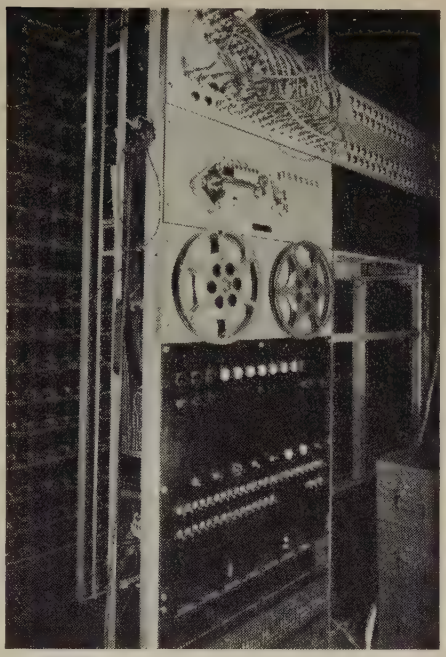


Fig. 5. Magnetisk remsa i Mark III.

Man kan numera knappast säga, att in- och utmatningsanordningarna utgöra en flaskhals i en räknemaskins arbete, ehuru detta påståendes riktighet givetvis beror av arten av de problem som maskinen behandlar. Problem av statistisk natur, dvs. sådana i vilka mycket få och enkla räkneoperationer utföras på ett stort talmaterial, fordra hög hastighet i dessa avseenden. Den teknik som utbildats under arbetet med räknemaskiner — framför allt när det gäller magnetisk remsa och tråd — torde f. ö. få en ekonomiskt ännu större betydelse inom andra områden, t. ex. försäkringsväsen, statistik, biblioteksväsen, administration, kort sagt i alla typer av klassificerings- och sorteringsarbeten.

Minne.

»Alla klaga över sitt dåliga minne, men ingen över sitt dåliga förstånd.»
(La Rochefoucauld.)

Som ovan nämnts är minnet den del av maskinen, som är svårast och kinkigast att bygga, och också i regel den del av maskinen,

som begränsar dess prestationsförmåga. De viktigaste krav man ställer på det äro: att det skall vara snabbt — tillåta skrivning och läsning i samma takt som maskinen räknar — samt att det skall rymma ett stort talmaterial. Det senare kravet kan också formuleras så, att minnet skall vara så billigt som möjligt per binär siffra, ty det är främst kostnaden, som begränsar dess omfattning eller kapacitet. Av nedanstående tabell framgå olika minnestypers viktigaste karakteristika. Alla siffror äro självfallet ungefärliga.

	Kostnad kr/siffra	Volym cm^3/siffra	Operationstid μs
Mekaniskt	0,5	1	100 000
Relä	20	50	10 000
Rör	50	50	10
Magn. trummor	0,01	0,02	4 000
Akustiskt	0,5	1	500
Elektrostatiskt	0,2	0,5	10

Tab. 1.

Sedan man fastlagt det inre minnet, följer i stort sett maskinens utseende i övrigt. Ovanstående tabell ger alltså en lämplig indelning av siffermaskinerna. För närvarande räknar man endast med fyra möjligheter för det inre minnet: reläer, magnetiskt, akustiskt och elektrostatiskt minne. Ett relä har två inställningslägen, på ett magnetiskt material kan man anbringa en dipol i ena eller andra riktningen, i ett akustiskt minne kan man ha en ljudvåg eller frånvaro av ljudvåg och i ett elektrostatiskt minne kan man ha låg eller hög potential hos en laddning. Den information, som man vill lagra, måste alltså uttryckas i binära enheter. Det må slutligen nämnas, att alla refererade minnestyper finnas representerade hos maskiner, som antingen redan äro färdiga och i arbete eller också äro nära sin fullbordan.

Vi skola nu ge en mera detaljerad redogörelse för de viktigaste nya minnestyperna.

a. Magnetisk trumma.

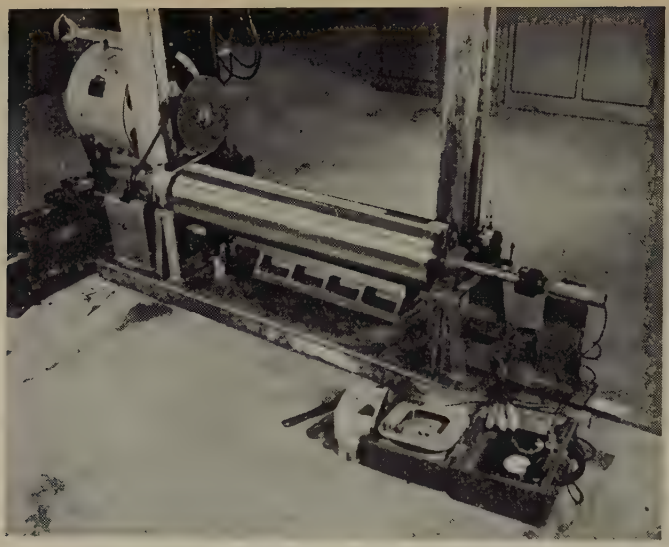
Den magnetiska trummans främsta fördelar äro prisbillighet och tillförlitlighet. Andra minnen ha i regel den olägenheten att de fordra strömförsörjning för att bibehålla sina jämviktslägen; vid ett strömavbrott förlorar man alltså all den information, som fanns i maskinen. De magnetiska minnena äro uppenbarligen fria från denna nackdel. Utstrykning av en information sker enkelt genom att man ersätter den med en ny.

Detta minne består av en roterande trumma, vars yta klätts med ett magnetiskt material med hygglig remanens, samt av ett antal små elektromagneter, huvuden, som placeras med sina luftgap tätt intill trumytan. Binära siffror registreras i form av magnetiserade fläckar, dipoler, i trumytan, och magnetiseringens riktning tjänar till att åtskilja ettor och nollor. Huvudena kunna användas såväl för registrering som för läsning; i det senare fallet utnyttjas den spänningsimpuls som en snabbt passerande dipol inducerar i det magnetiska huvudets lindning.

Experiment och konstruktioner med magnetiskt trumminne bedrivas f. n. på flera håll, och uppgifterna variera beträffande utnyttjande och hastigheter. Vid trumminnet i Harvard, som vi sett i funktion, använder man trummor av aluminium med påsprutad magnetisk beläggning, en diameter av ca 24 cm och ett varvtal av 120 varv/sek. Runt en trumperiferi placerar man tio tal och två diametralt motsatta läshuvuden. Ett visst tal är alltså tillgängligt en gång varje halvvarv, dvs. var fjärde millisekund, och det är uppenbarligen denna konstant, som bestämmer maskinens räknehastighet. Under senare tid har man på olika laboratorier lyckats placera dipolerna tätare, så att man därigenom kan minska trummans dimensioner och öka dess varvtal, men det torde vara uteslutet att detta minne i snabbhet skulle kunna konkurrera t. ex. med de elektrostatiska. Däremot torde det i framtiden få avsevärd betydelse som s. k. sekundärminne, ett minne med stor kapacitet men begränsad flexibilitet. (Se under beskrivningen av Mark III längre ner.) Fig. 6 a visar en av Mark III:s trummor, medan den undergick balanseringsprov, och fig. 6 b ett antal läsmagneter monterade på en av de ramar som i den färdiga maskinen skola omge trumman.

Det bör i detta sammanhang också nämnas, att experiment på ett par håll bedrivas med magnetostatiskt minne. Det finns vissa magnetiska material, som få sin hysteresiskurva i dess helhet förskjuten, när de utsättas för ett mycket starkt magnetiserande fält i ena riktningen. Denna effekt är kvarblivande och bortfaller först när materialet utsättes för ett lika starkt magnetiserande fält i den andra riktningen. Här har man tydligen ett binärt minneselement. Möjligheter finnas också att begagna transformatorer som grindar, i vilket fall grinden styres genom att man ger järnkärnan en magnetisering i ena eller andra riktningen. Det tycks alltså finnas åtminstone teoretiska möjligheter att bygga en helt magnetisk maskin, som ju skulle bli ofantligt överlägsen de elektroniska i livslängd och tillförlitlighet. Åtskilliga svåra problem återstå emellertid ännu att lösa, och det synes f. ö. tills vidare icke san-

a



b

Fig. 6. a. Trumma, avsedd till minnet i Mark III, under balanseringsprov. b. Magnetiska huvuden och ramar för dessa, till trumminnet i Mark III.

nolikt, att en sådan maskin skulle kunna nå upp till de elektroniska i fråga om hastighet.

b. Akustiskt minne.

Grundidén till denna minnestyp är följande (jfr principskissen fig. 7). Från en oscillator föras elektriska impulser till en kvartskristall, som omvandlar dem till mekaniska svängningar, vilka i sin tur fortplantas som små paket av longitudinella vågor genom ett rör som innehåller kvicksilver. Sedan vågorna med jämförelsevis låg hastighet (1 400 m/sek) genomlöpt röret, träffa de en ny kvartskristall som transformerar dem tillbaka till elektriska im-

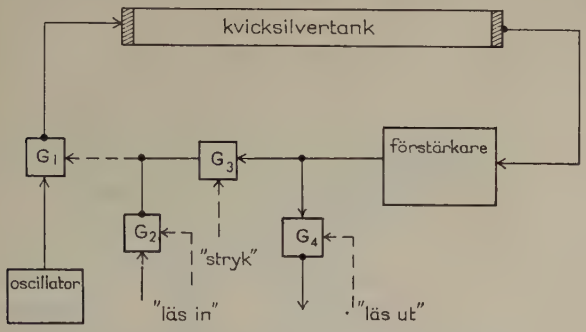


Fig. 7. Principschema över ett akustiskt minne.

pulser. Dessa ha nu blivit något distorderade men ha i alla fall möjlighet att påverka en grind (G 1 i fig.), så att nya friska impulser från oscillatorn släppas fram och inta de utslitna impulsernas plats. Ett impulsmönster som en gång inskrivits kommer på detta sätt att kretsa runt, runt i systemet obegränsat länge. Då fortplantningshastigheten är ofantligt mycket lägre i den akustiska delen av banan än i den elektriska, komma impulserna att i tanken följa mycket tätt inpå varandra, och det är därför möjligt att i ett rör om 50—70 cm längd lagra så mycket som 1 000 impulser. Vid anordningens användning som minne låter man närvaro av en impuls betyda ett, frånvaro noll. Med hjälp av grindrör (G 4, G 3, G 2 i fig.) kan man läsa ut impulser till den aritmetiska enheten, stryka ut impulser eller lagra nya. En nackdel är, att liksom vid den magnetiska trumman, informationerna äro tillgängliga endast en gång under varje omlopp, och att man därför måste vänta på dem (serieminne). Denna väntetid (i regel omkring 500 μs) begränsar maskinens räknehastighet, men genom att använda kortare rör kan man ju förbättra situationen. Det akustiska minnet är också ganska temperaturkänsligt och fordrar likformig temperatur inom hela anläggningen. Akustiska kanaler av detta

slag användas inom radartekniken för att ge små tidsfördröjningar av bestämd storlek.

c. Elektrostatiskt minne.

Principen för ett elektrostatiskt minne är mycket enkel: man lagrar små elektriska laddningar i fläckar på ytan av ett isolerande material som är inneslutet i en evakuerad glasbehållare. Laddning resp. frånvaro av laddning representerar exempelvis siffrorna 1 och 0. Denna minnestyp existerar hittills i åtminstone två former, den av J. Rajchman vid RCA (Radio Corporation of America) konstruerade selektronen och det av F. C. Williams i Manchester konstruerade minnesröret.

När en ström av (primär-)elektroner från en katod träffar det isolerande materialet, lösgöras ur detta nya elektroner, sekundärelektroner. Den bombarderade fläckens laddning ökas eller minskas i ett visst ögonblick beroende på om just då primärströmmen eller sekundärströmmen är kraftigast. Genom att på lämpligt sätt intill ytan placera en kollektor (t. ex. ett trådnät med hög potential) som uppsuger sekundärelektronerna, kan man åstadkomma att jämvikt mellan primärström och sekundärström inträffar för flera olika potentialer hos fläcken, och speciellt att två av dessa jämviktslägen äro stabila. De inträffa dels när fläckens potential ligger strax över katodens, dels när den ligger strax under kollektorns. En fläck, vars potential har ett av dessa två värden, förblir alltså i sitt spänningstillstånd så länge primärströmmen fortgår.

För att kunna skriva eller läsa i minnet måste man kunna välja mellan de olika fläckarna. I selektronen (se fig. 8) göres detta medelst ett rutsystem av metallstavar. Vart »fönster» i stavsystemet svarar mot en fläck på den isolerande ytan. Stavarna äro så placerade att primärström kan passera ett fönster endast om samtliga fyra omgivande stavar ha positiv potential. Så länge man endast vill bevara informationerna på ytan, äro samtliga stavar positiva, och primärelektronerna passera fritt fram till alla fläckar. När man vill läsa i en minnesplats ändrar man stavarnas potential, så att de fyra omgivande stavarna äro positiva endast för detta fönster. Om motsvarande fläck ligger nära katodpotential ha de anländande elektronerna ringa energi, men om fläcken ligger nära kollektorpotential ha de så stor energi att ett fluorescerande medium på baksidan av det isolerande materialet bringas att lysa. Normalt synas alla fläckar med kollektorpotential som lysande punkter, men sedan ett fönster utvalts slockna alla de icke utvalda lysande punkterna snabbt, och med hjälp av en fotocell kan man avgöra, om den valda fläcken lyser eller ej.

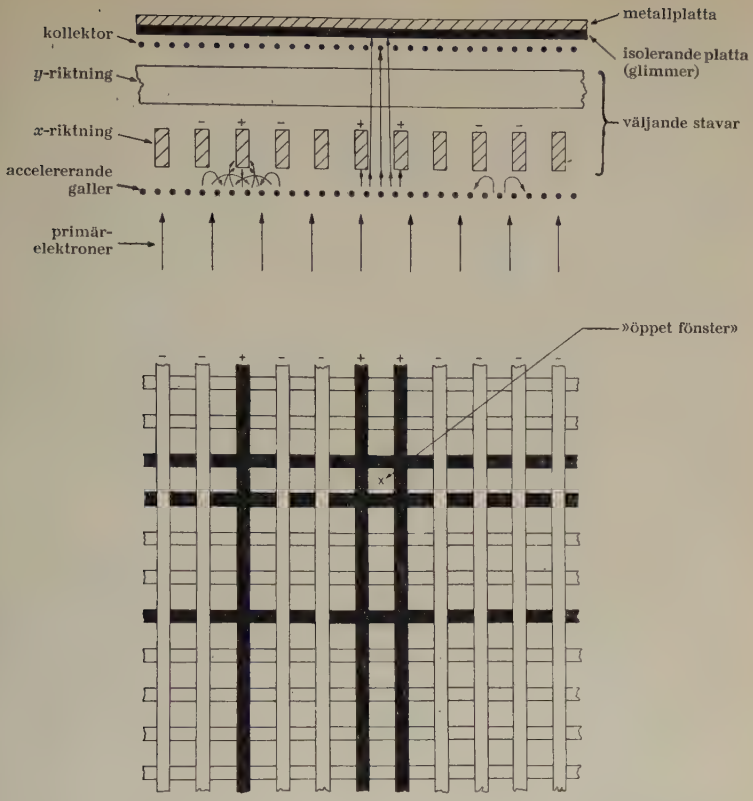


Fig. 8. Principschema över selektronen. Den övre figuren visar anordningen av elektroderna, den undre visar det väljande systemet sett framifrån. (Efter Rajchman.)

Vid skrivning i en minnesplats utväljer man på samma sätt det ifrågavarande fönstret och lägger därefter en stark positiv eller negativ impuls på en metallplatta, som också befinner sig bakom den isolerande plattan. Härvid uppstår en förskjutningsström som är kraftig nog att övermanna den stabiliserande elektronströmmen från katoden, och fläcken kan, i överensstämmelse med impulsens tecken, byta jämviktsläge eller icke.

Bägge dessa processer ske så snabbt att de icke utvalda fläckarnas laddningstillstånd ej hinner ändras nämnvärt genom ohmsk läckning, utan de återföras till sina tidigare jämviktslägen så snart primärströmmen släppes på igen genom att alla stavar göras positiva.

De första fungerande selektronerna, innehållande 256 rutor, ha byggts vid RCA:s laboratorier i Princeton för endast några månader sedan. Läsningstid och skrivningstid äro av storleksordningen 5—10 μs, och hela röret kan fyllas på omkring 1 ms.

I Williams' konstruktion, som närmare ansluter sig till televisionstekniken, lagras ett laddningsmönster på skärmen i ett vanligt katodstrålerör. Den stabiliserande primärströmmen har här formen av en riktad elektronstråle, som i normaltillståndet sveper över skärmen och ständigt regenererar mönstret. Vid läsning eller skrivning utväljes rätt fläck genom att strålen riktas med särskilda styrelektroder. Vid försök har man uppnått att laddningsmönster av upp till 2 048 distinkta fläckar hållit sig oförändrade under ganska lång tid. Sammanfattningsvis kan man säga, att de elektrostatiska minnena f. n. te sig mest lovande.

Beskrivning av några typiska maskiner.

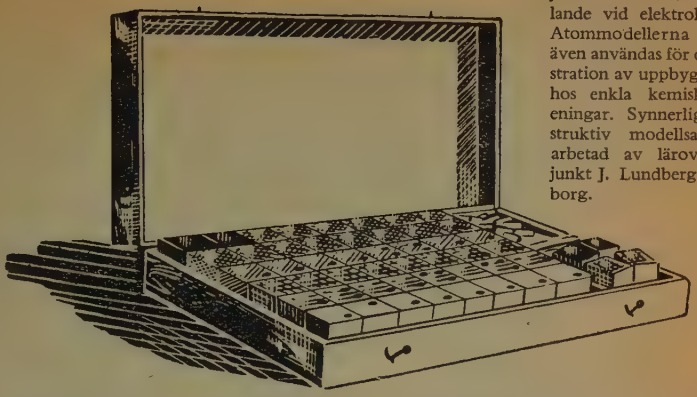
a. Bell's relämaskin.

Grundidéerna för relämaskiner utformades redan flera år före kriget av G. R. Stibitz, som då tillhörde staben vid Bell System Laboratories. Firman byggde ett flertal smärre maskiner, innan man 1944 igångsatte konstruktionen av en »all-purpose» maskin. Denna kom att bli av ansenlig storlek: den innehåller mer än 9 000 reläer, täcker en golvyta på 100 m² och väger ca 10 ton. Några intressanta drag förtjäna att nämnas. Trots att en relämaskin i princip måste arbeta binärt, representerar man här talen i ett s. k. bi-quinärt system. Varje decimal siffra kan ju skrivas som en summa $a + b$, där $a = 0$ eller 5 och $b = 0, 1, 2, 3, 4$. (Se tab. 2.)

	5	0	4	3	2	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1	0
2	0	1	0	0	1	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	1
6	1	0	0	0	0	1	0
7	1	0	0	0	1	0	0
8	1	0	0	1	0	0	0
9	1	0	1	0	0	0	0

Tab. 2. Biquinär representation.

Atom- och jon-modellådan ELATOMA



Dessa modeller ge en åskådlig bild av atomer och joner samt deras förhållande vid elektrolys. Atommodellerna kunna även användas för demonstration av uppbyggnaden hos enkla kemiska föreningar. Synnerligen instruktiv modellsats, utarbetad av läroverksadjunkt J. Lundberg, Göteborg.

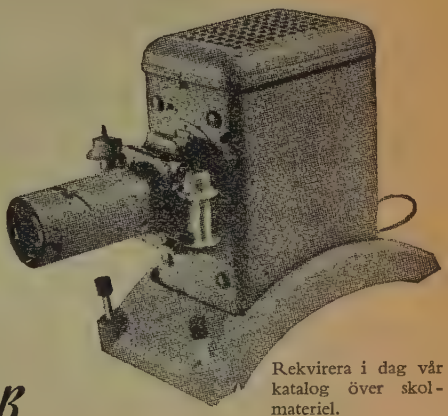
Elatoma består av 52 st. träkuber och 40 st. små träcylindrar samt plus- och minustecken. Pris komplett kr. 37:–.

Filmband i fysik — kemi — astronomi

Vi kunna erbjuda en synnerligen rikhaltig sortering av filmband för undervisningen i fysik och kemi. Kemi-serierna behandla ämnen inom såväl organisk och oorganisk kemi som kemisk teknologi.

AVIMAT

Svenskbyggd skolprojektor, solid, ljusstark och i alla avseenden förstklassig. Med filmbandhållare, fallschakt för glasbilder 5×5 cm samt lampa 250 watt och objektiv med 13 cm brännvidd. Pris komplett kr. 350:–.

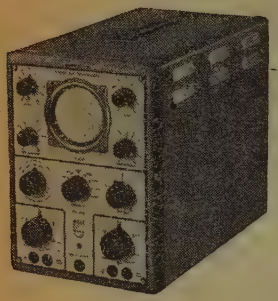


Rekvirera i dag vår katalog över skolmateriel.

Gumperts AB
GÖTEBORG

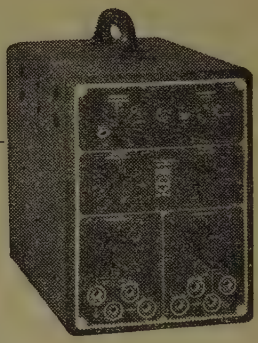
GÖR FYSIKUNDERVISNINGEN INTRESSANTARE MED MODERNA PHILIPS INSTRUMENT

Philips instrument underlätta i hög grad lärarens arbete och gör fysikundervisningen intressantare och lättfattligare för eleverna. Philips tillverkar ett tiotal olika undervisningsinstrument av vilka många visas här nedan. Ring eller skriv till Philips — vi stå gärna till tjänst med närmare upplysningar och demonstrationer.



Katodstråleoscillograf GM 3159

Med denna kan man enkelt och bekvämt åskådliggöra och registrera alla slags elektriska samt ett stort antal mekaniska, optiska, akustiska och termiska förlopp.

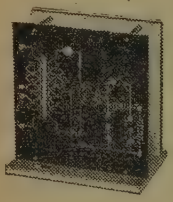


Elektronkopplare GM 4580

Elektronkopplaren i kombination med katodstråleoscillografen möjliggör registrering och studium av två förlopp samtidigt. Vid åskådliggörande av t. ex. fasförskjutning erhållas båda kurvorna på en gemensam eller två skilda nolllinjer.

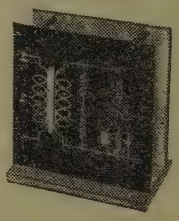
Fasförskjutare DU 115

visar, använd tillsammans med elektronkopplaren, hur fasförskjutningen ändras då spole eller kondensator kopplas in i kretsen.



Rörlikriktare DU 125

visar elektronröret, som helresp. halvvågslikriktare. Med motstånd och kondensatorer visas, hur den pulserande likspänningen g'ättas.



SVENSKA AB PHILIPS MÄTINSTRUMENTAVDELNINGEN • STOCKHOLM 6

Varje decimal siffra fordrar sålunda sju reläer, medan ett rent binärt system skulle fordra fyra. Man vinner emellertid stora fördelar; framför allt är systemet »själv-checkande». Exakt två reläer skola samtidigt vara tillslagna, ett från varje grupp. Om detta inte är uppfyllt, stoppar maskinen omedelbart och slår larm. Man har också ordnat det så, att ett maskinfel inte kan rubba ett tal så snart de båda reläerna slagit till.

Maskinen arbetar med sju decimala siffror och exponent, varvid exponenten är begränsad till området (— 19, + 19). Såväl input-output som ordergivning sker med teletyperemsa. Additionstiden är ca $^1/_3$ sek, multiplikationstiden ca 1 sek, vartill kommer tid till orderläsning, så att man kan räkna med en operationstid på omkring 2 sek.

Tack vare den omsorg man nedlagt på feleliminering kan Bellmaskinen normalt köras även på natten och därvid utan tillsyn. I regel stoppas den visserligen av något fel, men icke desto mindre vinner man en fördubbling av det nyttiga arbetet. I annat sammanhang skall kortfattat beröras de viktigaste erfarenheterna av maskinernas drift.

b. Räknemaskinerna vid Harvard.

Professor Aiken vid Harvard och hans grupp ha nu bakom sig två färdigställda och väl fungerande maskiner, och deras tredje maskin väntas bli fullbordad under årets lopp. Den första maskinen, Mark I, finansierades av IBM-bolaget, (International Business Machines Corporation), byggdes av IBM och Aiken tillsammans och skänktes efter sin fullbordan av IBM till Harvard. De två övriga maskinerna, Mark II och Mark III, ha byggts och byggs av Harvardlaboratoriet under kontrakt med flottan.

Vi skola här inte gå in på någon beskrivning av Mark I, som tidigare ofta omnämnts i press och tidskrifter, senast i professor Ekelöfs artikel i Teknisk Tidskrift, mars 1949.

Mark II är en relämaskin, och antagligen världens till utrymmet största räknemaskin (se fig. 9). Den har en minneskapacitet om tillsammans 100 reläregister, vartdera innehållande ett tiosiffrigt decimalt tal mellan 1 och 10 samt exponent. Maskinen är delad i två halvor, som kunna arbeta oberoende av varandra eller tillsammans. I det förra fallet kan maskinen göra fyra multiplikationer, åtta additioner och tolv transfers (flyttningar av tal från en minnesplats till en annan) per sekund. Instruktioner matas in från endera av fyra hålremsor av modifierad standard teletypeutrustning. Flexibilitet i kontrollen åstadkommes genom att maskinen själv kan välja från vilken av dessa remsor den skall hämta

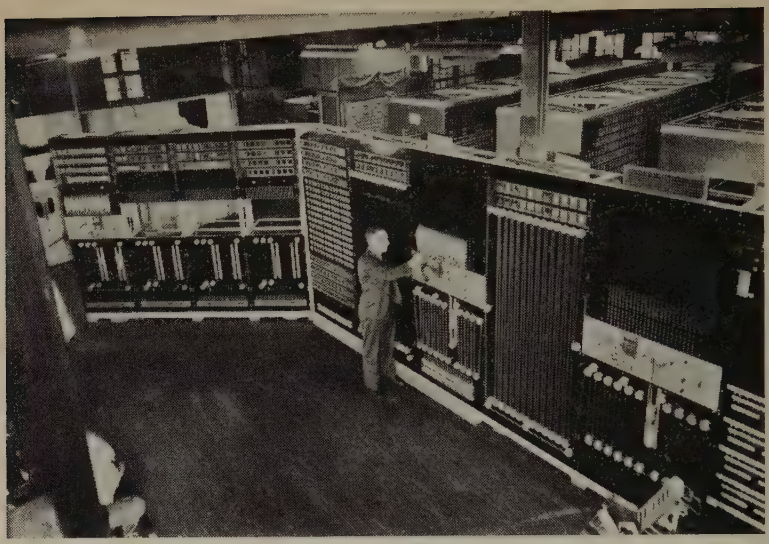


Fig. 9. Mark II. Bilden visar halva frampanelen samt tre av de sex »skåp» som innehålla maskinens 12 500 reläer.

nästa order. Ytterligare valfrihet har maskinen genom att registren i minnet äro indelade i två klasser, »udda» och »jämna», och genom att det är möjligt att låta maskinen välja mellan dessa med stöd av tidigare räkneresultat. Maskinens montering fullbordades i september 1947. Under våren 1948 flyttades den till marinens skjutfält, The Dahlgren Proving Ground i Virginia, där den sedan juni 1948 varit i oavbruten verksamhet. Någon detaljerad statistik över dess prestanda är oss inte bekant, men i oktober 1948 meddelades, att den arbetade felfritt 60 % av arbetstiden. De resterande fyrtio procenten bestodo till en del av tid för felsökning och reparation, till en del av stillastående, enär staben uppgavs vara otillräcklig för att uppgöra räkneprogram lika hastigt som maskinen förbrukade dem.

Detta sista förhållande torde dock bero på att man ännu är på experimentstadiet beträffande de effektivaste räknemetoderna, passande just denna maskin, och följaktligen prövar olika program, utan att använda något av dem till »långkörning».

Mark III är en betydligt effektivare maskin än Mark II. Dess magnetiska trumminne har en kapacitet om 4 200 16-siffriga decimala tal, och hastigheten motsvarar 240 additioner eller transfers eller 80 multiplikationer per sekund. Vid en sådan räkne-

hastighet är det otänkbart att utnyttja stansade pappersremsor för inmatning av tal, utan till detta användas magnetiska remsor. Även de färdiga resultaten registreras på sådana remsor, och maskinen är med dessa resurser kapabel att ge ifrån sig tio 16-siffriga decimala tal per sekund. (Se fig. 5.)

Vad beträffar maskinens inre organisation kan nämnas, att de decimala siffrorna representeras med en fyrsiffrig binär kod, så att siffrorna 0 till 9 få utseendet, 0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111. Talen registreras på trumman med de fyra binära siffrorna tillhörande samma decimala siffra vinkelrätt mot trummans rotationsriktning, medan de olika decimala siffrorna följa efter varandra längs med trumperiferien. Runt denna rymmas 10 16-siffriga tal.

Det mest karakteristiska draget hos Mark III är uppdelningen av minnet i två delar. Att elektroniskt välja mellan 4 200 olika register skulle bli övermåttan dyrbart, varför man inskränkt det elektroniska väljandet till en mindre del av minnet, det »snabba» minnet, som omfattar 200 tal. I detta gäller alltså att ett godtyckligt tal är tillgängligt på den tid, som ett halvvarv tar, dvs. $^1/_{240}$ sek. I resten av minnet, det »långsamma» minnet, göres väljningen med reläer och är förgrovad så, att man endast väljer mellan kanalerna på trumman, ej mellan individuella register. Vid varje val får man alltså tio tal på en gång överflyttade till det snabba minnet. Operationstiderna äro så avvägda, att medeltiden för uppsökning av ett tal blir ungefär densamma i det snabba som i det långsamma minnet, och namnen på de olika minnesdelarna äro alltså en smula missvisande: det är inte hastigheten men väl flexibiliteten, som är reducerad i den »långsamma» delen.

Denna metod att uppdela hela minnet i en »hierarki» av delminnen med successivt avtagande flexibilitet men ökad kapacitet är kanske den framkomligaste vägen för framtida maskiner, i vilka man kommer att eftersträva minneskapaciteter på tiotusentals platser. I detta sammanhang torde den magnetiska trumman även i fortsättningen ha en uppgift att fylla, även om de snabbaste minnena måste göras av annan typ.

De aritmetiska kretsarna äro helt elektroniska och operera på de decimala siffrorna en efter en. Den adderande kretsen som visas i fig. 10 adderar alltså två decimala siffror plus tiotalsöverföringen från närmast föregående sifferpar och levererar en decimal siffra samt eventuell ny tiotalsöverföring. Den innehåller mellan 50 och 60 rör, varav de flesta äro grindar.

Instruktioner registreras först, med en för ändamålet avsedd apparat, på en magnetisk remsa. När maskinen är färdig att börja

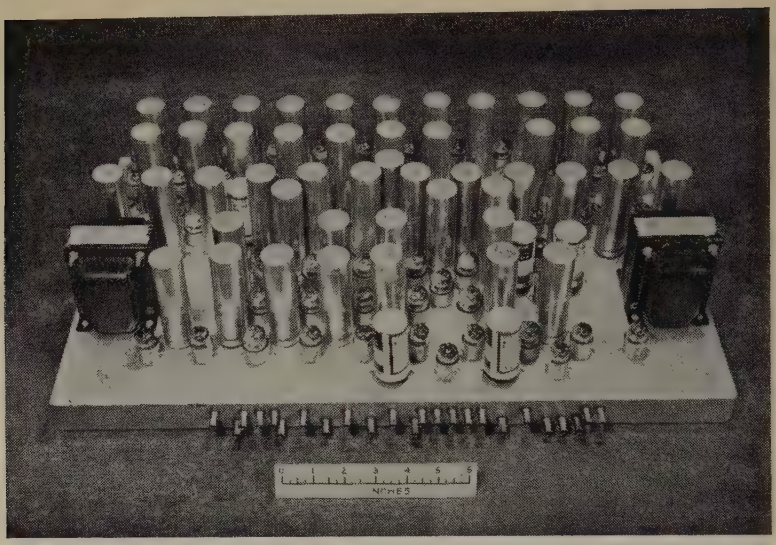


Fig. 10. Den adderande enheten i Mark III.

med problemet, kopplas remsan på, och alla orderna överföras på några min. till en särskild ordertrumma, varifrån maskinen sedan avläser dem i den takt de behövas. Maskinen kan icke modifiera sina egna order, men kan själv välja den plats på ordertrumman varifrån nästa order skall hämtas. Den har också möjlighet att välja mellan alla sina olika register. Den räknar själv ut vilken grupp av tio tal som närmast skall överföras från det långsamma till det snabba minnet, och i ett par »kanaler» om tio siffror i det snabba minnet finnes också möjlighet för maskinen själv att bestämma, vilket av de tio talen som närmast skall användas. Detta system är teoretiskt ekvivalent med ett system av aritmetiska ordermodifikationer, men inte fullt lika smidigt i praktiken eller lika elegant.

c. »Kvicksilvermaskiner».

Så brukar man, med ett populärt namn, benämna hela den grupp av maskiner, som använda akustiskt minne. Urtypen är Edvac vid Moore School i Philadelphia, som planerades av ENIAC:s upphovsmän Eckert och Mauchly. F. n. är denna grupp den största bland de typer av elektroniska maskiner som nu är under byggnad. Univac, också byggd av Eckert-Mauchly, lär framställas i icke mindre än sju identiska exemplar. Från andra maskiner i

gruppen skiljer den sig främst genom att även vara utrustad för sorteringsarbete, såväl numeriskt som alfabetiskt. Edsac, som bygges av dr Wilkes i Cambridge, England, är något blygsammare planerad än de övriga i vad avser hastighet och minneskapacitet och tycks också vara den som blir raskast färdigställd. Som typisk för gruppen beskriva vi här den maskin som planeras av firman Raytheon i Massachusetts — den är jämte den engelska ACE den mest påkostade och ambitiösa, och antagligen också den mångsidigaste av dessa.

I åtskilliga avseenden överensstämmer denna maskin, som konstrueras bl. a. av R. M. Bloch och R. V. D. Campbell, med Univac. I viss utsträckning har emellertid Raytheons maskin större flexibilitet. Normalt representeras talen med 35 binära siffror och fast binärpunkt. Man kan också öka antalet till 70 siffror, således dubbel precision, genom att betrakta par av 35-siffriga tal. Vidare kan man använda s. k. flytande binärpunkt, varvid ett tal framställes som produkt av två delar, den ena ett tal i intervallet $^1/_4$—$^1/_2$, den andra en exponent till basen 2.

Orderna framställas i fyr-adresskod. Då man kodar

A op. B → C ; D

anger man de minnesplatser A och B, där ingående tal finnas lagrade, den minnesplats C, där resultatet efteråt skall lagras, den minnesplats D, där nästa order finns samt operationen.

Varje ord består av 45 impulser, och frekvensen är 4 Mc, varför varje ord tar 11,25 μs. I kvicksilvertanken, som är ca 50 cm lång, får man plats med 32 ord längs varje linje, varför cirkulationstiden blir 360 μs. Eftersom ett ord består av 45 impulser men ett tal normalt endast av 35, blir det plats över dels för blanka mellanrum, dels även för en viktad siffersumma för checkningsändamål. Hela minnet innehåller 32 sådana kvicksilverrör, och minnets kapacitet är alltså 1 024 ord. Det bygges emellertid, så att det senare lätt skall kunna utvidgas till 4 096 ord.

Trots att minnet är av serietyp, där de olika siffrorna i ett tal följa efter varandra i tiden, arbeta de aritmetiska kretsarna parallellt. Detta är, förutom av snabbhetshänsyn, betingat också av checkningssystemet, som i denna maskin ägnats stor omsorg. I varje kvicksilvertank cirkulerar, förutom de 32 orden, också tankens eget nummer. När tanken öppnats av en order som står i kontrollenheten, checkas tanknumret mot den i ordern specificerade adressen, och larm ges omedelbart, om de båda numren intet stämma med varandra. Varje ord i tanken åtföljs av sin siffersumma i basen 16 som hänger efter ordet som en svans. För

varje omlopp uträknas siffersumman på nytt och checkas mot svansen. Enligt liknande princip checkas alla aritmetiska operationer, ehuru siffersumman här beräknas i basen 32.

d. Maniac.

I början av år 1946 igångsattes ett grundligt förberedelsearbete för denna maskin under ledning av John v. Neumann vid Institute for Advanced Study i Princeton, N. J. Inte minst de rent matematiska frågorna ägnades ett stort intresse. Samtidigt påbörjades experiment i från början mycket blygsam skala, men sedan en särskild byggnad blivit färdig, kunde arbetet intensifieras. Hittills äro input-output, yttre minne samt aritmetisk enhet i allt väsentligt färdiga. Kontrollorganet torde inte heller bjuda på några större svårigheter, medan en del frågor i samband med det inre minnet återstå att lösa. Avsikten har hela tiden varit att använda selektronen, men för fullständighetens skull har man även gjort omfattande experiment med magnetiska trummor och Williams' rör.

Input- och outputorgan består av hålremsor och magnetisk tråd. Informationerna slås in på två hålremsor, oberoende av varandra och checkas sedan mot varandra. Därefter överföres det ev. korrigerade resultatet till magnetisk tråd, varifrån det inre minnet kan fyllas på mycket kort tid (storleksordning 1 sek). Behövliga tal införas i kodad decimal form, dvs. varje siffra i talet skrives för sig i binär form. Talet 953 har då följande utseende 1001 0101 0011 och blir i rent binär form 1110111001. Översättning från den ena formen till den andra ombesörjes av maskinen själv genom en speciell kod.

Det inre minnet kommer troligen att få en kapacitet på 1 000 à 4 000 40-siffriga binära tal. Men inte endast tal utan även order skola lagras i minnet. Man avser att använda en-adresskod, och varje order består alltså normalt av en adress och en operationskod. Antalet behövliga operationer är sannolikt < 32 och säkert $< 64 = 2^6$, antalet adresser högst $4096 = 2^{12}$. Följaktligen måste det vara tillräckligt med 18 binära tecken för en order, och alltså kunna två order lagras i samma minnesplats. Såväl tal som order se tydligen formellt ut på samma sätt. Hur kan då maskinen veta, om informationen i en minnesplats skall uppfattas som det ena eller det andra? Svaret är enkelt: ett och samma uttryck kan uppfattas både som ett orderpar och som ett tal; det hänger på om kontrollen får informationen, varvid den uppfattas på det förra sättet, eller om den aritmetiska enheten får hand om den, i vilket fall den uppfattas på det senare sättet. Man kan sålunda genom

att flytta ett orderpar till den aritmetiska enheten modifiera orderna med hjälp av aritmetiska operationer, vilket är oerhört viktigt ur kodningssynpunkt. På detta sätt kan t. ex. addition av n storheter kodas som en enda addition, varvid den ena termen (delsumman) står i ackumulatorn, den andra i en variabel minnesplats, och summan blir nästa delsumma.

Vad operationshastigheten beträffar, må följande approximativa siffror anföras. Addition 30 μs, multiplikation 100 μs, division 150 μs och kvadratrotsutdragning 2,5 ms. En bidragande orsak till denna stora snabbhet är att maskinen arbetar parallellt. Alla siffror i ett tal gå samtidigt in från minnet till den aritmetiska enheten och vice versa. Bakgrunden härtill är givetvis, att det elektrostatiska minnet är ett typiskt parallellminne i motsats till såväl det akustiska som det magnetiska.

Maniac kommer sålunda att bli ungefär 10 gånger snabbare än andra jämförliga maskiner. Tack vare detta hoppas man bli i stånd att angripa verkliga jätteproblem, som hittills mäst lämnas obeaktade. Sådana problem existera inom exempelvis hydro- och aerodynamik, meteorologi, statistik och atomteori.

Slutligen hänvisa vi till uppställningen i tab. 3, där några mera kända räknemaskiner och -projekt jämföras. Särskilt tydligt ser man hur valet av minnestyp inverkar på kapaciteten och på räknehastigheten, för vilken vi i tabellen valt multiplikationstiden till representant. Uppgifter inom parentes utgöra författarnas egna uppskattningar. Listan över maskinernas upphovsmän är avsedd som orientering och referens och tillgodoser tyvärr inte överallt den historiska rättvisan, dels därför att våra informationer varit ofullständiga, dels också därför att konstruktionen av automatiska räknemaskiner i utpräglad grad är ett teamwork.

Som vi nämnde återkomma vi i nästa häfte med synpunkter på logiska och aritmetiska kretsar, på de matematiska aspekter som ingå i uppgörandet av räkneprogrammen, och på maskinernas användning.

Den läsare som önskar mera information i ämnet, be vi få hänvisa till:

Ekelöf, S., Matematikmaskiner, Tekn. Tidskrift nr 10, mars 1949. Innehåller utförliga beskrivningar av analogimaskiner och särskilt av ENIAC. Dessutom en nära nog uttömmande bibliografi.

Proceedings of a Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machinery, Harvard University Press 1948.

Wiener, N., Cybernetics, Hermann, Paris 1948, eller Wiley, New York 1948. Behandlar de filosofiska och allmän-vetenskapliga aspekterna av räknemaskiner, bland mycket annat.

Mathematical Tables and other Aids to Computation, kvartalstidskrift, som utges av National Research Council i Washington.

Översikt över några viktigare räknemaskinprojekt.

Namn	Plats	Upphovsmän	Minne	Kapacitet	mult. tid	färdig
Mark I	Cambridge, Mass.	Aiken & IBM	räknehjul	72 ord	5 sek	1944
Bell	Aberdeen, Md.	Stibitz & Williams	reläer		2 »	1946
IBM	» »		reläer		0 2 »	
Mark II	Dahlgren, Va.	Aiken & Campbell	reläer	100 »	0.25 »	1948
BARK	Stockholm	Palm	reläer	50 »	0.2 »	
IBM-SSEC	New York City	Eckert, Hamilton, Seeber	rör & reläer	150 »	0.02 »	1948
ENIAC	Aberdeen, Md.	Eckert, Mauchly	rör	20 »	3 ms	1946
ARC	Welwyn Garden City, England	Booth	magn. trumma			1948
Mark III	Cambridge, Mass.	Aiken & Moore	magn. trumma	4200 »	12 »	(1949)
ERA	S:t Paul, Minn.		magn. trumma	16000 »	(30 »)	
Edvac	Philadelphia, Pa.	Eckert, Mauchly, Sharpless, Snyder	akustiskt	1000 »	3 »	(1949)
Univac	» »	Eckert, Mauchly	akustiskt	1000 »	2 »	(1949)
Raytheon	Waltham, Mass.	Campbell & Bloch	akustiskt	1000 »	1 »	
Edsac	Cambridge, Engl.	Wilkes	akustiskt	500 »	7 »	(1949)
ACE	Teddington, Engl.	Wilkinson	akustiskt		1 »	
Maniac	Princeton, N. J.	v. Neumann, Goldstine, Bigelow	elektrostatiskt	1000 »	0.1 »	(1949)
Whirlwind	Cambridge, Mass.	Forrester	elektrostatiskt		0.05 »	
Fransk	Paris	Couffignal	rör			

Om ytlikhet.

Av lektor H. PETRINI, Stockholm.

1. *Definition:* Om delarna av en yta äro kongruenta med var sin av delarna av en annan yta, sägas ytorna vara lika stora.

2. *Sats:* Om två parallellogrammer ($ABCD$ och ABC_1D_1) stå på samma bas (AB) och mellan samma parallella linjer (AB och DC_1), äro de lika stora.

Konstruktion: Låt E_1 vara skärningspunkten mellan AD_1 och BC. Avsätt på BC sträckorna E_1E_2, E_2E_3 osv., alla $= BE_1$, och fortsätt, tills $E_nC \leqq BE_1$. Drag linjerna $A_1E_1B_1$, $A_2E_2F_2B_2$ osv. $\parallel AB$ samt $A_nH \parallel B_nC_1$ och $B_nH_1 \parallel A_nD$.

Bevis: Parallellogrammen ABE_nA_n är indelad i n pg:r $\cong$ pg ABE_1A_1 och pg ABB_nF_n i n pg:r $\cong$ pg ABB_1E_1. Men $\triangle BB_1E_1 \cong \triangle AE_1A_1$. Således enl. def. $ABB_1E_1 = ABE_1A_1$, varav $ABB_nF_n = ABE_nA_n$.

Vidare är $\triangle B_nH_1C_1 \cong \triangle A_nDH$ (1:sta k. f.), fyrhörningen $D_1F_nB_nH_1 \cong$ fyrh. HA_nE_nC. Således enl. def. $F_nB_nC_1D_1 = A_nE_nCD$, varav slutligen pg $ABC_1D_1 =$ pg $ABCD$.

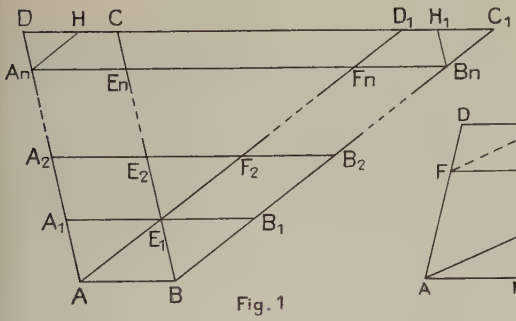


Fig. 1

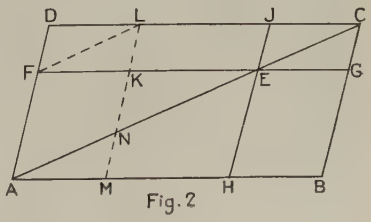


Fig. 2

3. *Följdsats:* I fig. 2 är $ABCD$ en pg, E en godtycklig punkt på diagonalen AC och $FEG \parallel AB$, $HEJ \parallel BC$.

Påstående: »Fyllnaderna», pg:a DE och BE, äro lika stora.

Konstruktion: Drag $FL \parallel AC$ och $LM \parallel DA$.

Bevis: Emedan $FECL$ är en pg, är $FL = EC$, och eftersom vinklarna äro parvis lika, är $\triangle FKL \simeq \triangle EGC$ och $FK = EG$. Då är pg $HBGE$ = pg $AMKF$ = pg $ANLF$ = pg $ECLF$ = pg $EJDF$.

4. *Den pytagoreiska satsen* kan också bevisas med hjälp av def. 1 utan att man behöver tillgripa något särskilt axiom gällande för ytlikhet. Låt vara att detta förhållande redan är känt, må här för fullständighetens skull meddelas en sådan uppdelning, som avses i definitionen.[1]

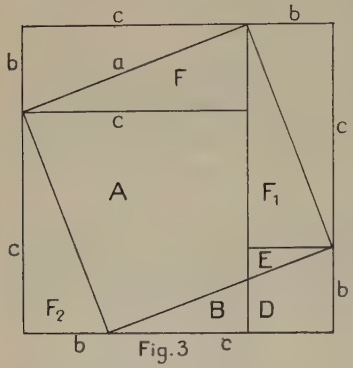


Fig. 3

Man utgår från en rätvinklig triangel med hypotenusan a och kateterna b och c (fig. 3) och ritar en kvadrat med sidan $b + c$ samt delar sidorna i delarna b och c på sätt som i fig. anges, varefter man kompletterar figuren. Denna kommer då att innehålla tre kvadrater: en på hypotenusan a och två med sidorna b och c resp. Alla dessa kvadrater äro uppdelade i delar, och man finner enl. fig.

$$a^2 = A + F + F_1 + E;\ b^2 = D + E;\ c^2 = A + F_2 + B;$$
$$\therefore\ b^2 + c^2 = A + F_2 + B + D + E.$$

Vidare är $F_2 \simeq F$ och $B + D \simeq F_1$, dvs. $b^2 + c^2 = A + F + F_1 + E$; varav $a^2 = b^2 + c^2$.

Förutom de här behandlade tre satserna om lika stora ytor förekommer det i den mer primära, grundläggande delen av elementargeometrien inte några satser, som behandlar ämnet ytlikhet, ej heller några andra satser, som bevisas med tillhjälp av dem. De bildar därför en avskild grupp för sig, som är alldeles oberoende av de axiomsystem som användes för bevisen av de hjälpsatser på vilka man stöder sig vid bevisen för ytsatserna, såsom trianglars kongruens etc.

[1] Jfr H. Petrini, Det pytagoreiska teoremet, Nyt Tidsskr. f. Mat. s. 45, 1905.

Nyare konstruktioner inom spegeloptiken. I.

Av docent ERIK INGELSTAM och ingenjör ÅKE THULIN.

Tack vare några i princip rätt enkla framsteg har spegeln som konstruktionselement i optisk apparatur under den senaste tiden vunnit ny uppmärksamhet. En del viktiga tillämpningar i skilda optiska instrument har den också fått, och mycket talar för att utvecklingen kommer att gå längre på samma linje. I denna första uppsats skall en enkel framställning av de teoretiska grunderna för elementen inom den nya spegeloptiken ges, varpå en uppsats skall följa om användningen i olika instrument.

En översikt av aberrationerna.

För att jämföra avbildningsfelen hos de båda konstruktionselementen lins och spegel måste vi i korthet antyda arten av dem. Lins- och spegelformlerna utgöra som bekant endast den grövsta approximationen för ett strålknippes gång genom ett centrerat system av sfäriska ytor. Tills vidare lämna vi här även vågdiffraktionen åsido och arbeta endast med den geometriska optikens strålbegrepp. Vid den klassiska behandlingen av de monokromatiska avbildningsfelen beräknar man med den analytiska geometrins metoder strålarnas riktningar och skärningar med de olika planen och ytorna. Om man vid en sådan beräkning avbryter serieutvecklingen med tredje ordningens termer, kommer man fram till de fem monokromatiska aberrationerna. Låt oss endast antyda huru de fem aberrationerna ge sig tillkänna, varvid de — vilket aldrig är fallet i verkligheten — förutsättas renodlade var för sig.

Föremålspunkten P i fig. 1 utsänder en stråle, som träffar planet U, linsens inträdespupill eller bländarplanet, i en punkt på avståndet h från axeln och med azimutvinkeln φ, alltså med rätkoordinaterna $y_u = h \cos \varphi$, $z_u = h \sin \varphi$. Enligt linsformeln, dvs. om paraxiala strålar förutsättas, skulle denna liksom alla övriga strålar från P mötas i planet V i en punkt $Q' = Q''$, som ligger på ett enligt linsformeln beräkningsbart höjdavstånd y_0 från axeln och i samma plan som P och linsens optiska axel (här papperets plan). Det gör den givetvis icke, utan strålskärningspunkten med V-

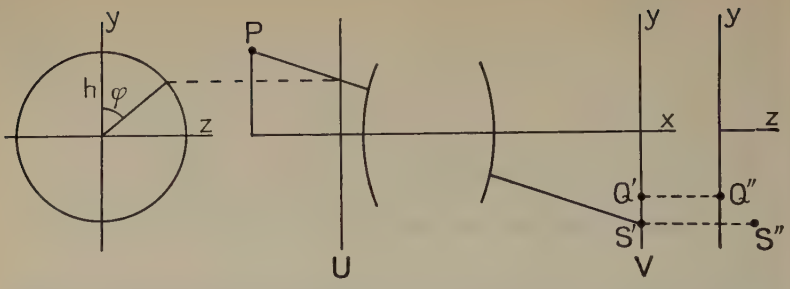


Fig. 1. Strålgången hos en enkel lins. En stråle från punkten P, som enligt linsformeln skulle ha träffat planet V i punkten Q'', träffar i stället planet i punkten S''; Q' och S' representera dessa punkters y-koordinater.

planet blir en annan punkt S''. Denna punkt ligger i yz-planet, och dess y- och z-koordinater beräknas till

$$y = y_0 + c_1 h^3 \cos\varphi + c_2 h^2 y_0 (2 + \cos 2\varphi) + (2c_3 + c_4) h y_0^2 \cos\varphi + c_5 y_0^3 + \ldots$$
$$z = c_1 h^3 \sin\varphi + c_2 h^2 y_0 \sin 2\varphi + c_4 h y_0^2 \sin\varphi + \ldots$$

Eftersom Q:s y- och z-koordinater äro resp. y_0 och 0 (se fig. 1), betyda de termer vari $c_1 \ldots c_4$ ingå, punkten S:s avvikelse från Q; de äro analytiska uttryck för aberrationerna. Koefficienterna $c_1 \ldots c_4$ äro på ett komplicerat sätt beroende av det optiska systemets natur och planet U:s läge.

Emellertid ger oss den anförda formeln material nog för att något kommentera aberrationernas art. Vi få tänka oss den utritade strålen från ljuskällan P vriden längs periferien av bländaren med radien h i planet U och mellanliggande rum fyllt av strålar. Man får då en sned strålkon med P som topp. Den från systemet utgående motsvarande strålkonens skärningslinje med V-planet ges alltså approximativt av y- och z-uttrycken härovan med φ som parameter.

Om $c_2 = c_3 = c_4 = c_5 = 0$ men $c_1 \neq 0$, uppkommer det mest kända felet, känt under namnet *sfärisk aberration*. Eftersom $\Delta y = c_1 h^3 \cos\varphi$, $\Delta z = c_1 h^3 \sin\varphi$, blir strålkonens snittyta en cirkel

$$(\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 = c_1^2 h^6$$

vars radie som synes är proportionell mot öppningsradiens kub (h^3). Den är däremot oberoende av y_0 och därmed av föremålspunktens läge. Den sfäriska aberrationen, lätt demonstrerad på varje lins och spegel, har ju sin fulla förklaring i att de icke-centrala strålarna ha en annan konvergenspunkt än de centrala, men den är mycket olika för olika linsutformningar. Den tum-

regeln borde även den som använder enkel optisk apparatur komma ihåg, att avvikelsen blir mindre, i den mån alla linsytor få bidraga ungefär lika mycket till brytningen (ex. ett kikarobjektiv skall ha den buktigare av två konvexa ytor utåt; glasögonglas ha meniskform av bl. a. samma orsak, osv.). Benämningen är vilseledande, eftersom felet, som vi i det följande skola se, även finnes hos andra ytor än de sfäriska, varemot det är helt obefintligt för de s. k. aplanatiska punkterna hos sfäriska system.

Om $c_1 = c_3 = c_4 = c_5 = 0$ men $c_2 \neq 0$, bli snittytorna bestämda av

$$y = c_2 h^3 y_0 (2 + \cos 2\varphi); \quad z = c_2 h^3 y_0 \sin 2\varphi.$$

Avvikelserna bero linjärt av y_0 och finnas alltså icke med för punkter på axeln. Snittytorna bli cirklar av olika storlek för olika h med två linjer med en mellanliggande vinkel av 60° som gemensamma tangenter. Felet heter *koma*; i fig. 2 a och b återgivas såväl sfäriska aberrationens som komats cirklar för tre olika öppningsförhållanden h.

Om $c_1 = c_2 = c_5 = 0$ men endera av c_3 och c_4 eller båda $\neq 0$, uppkomma avvikelser även beroende av både h och y_0, närmare bestämt funktioner av hy_0^2. Tydligen är för konstant h skärningsytans begränsningslinje en ellips:

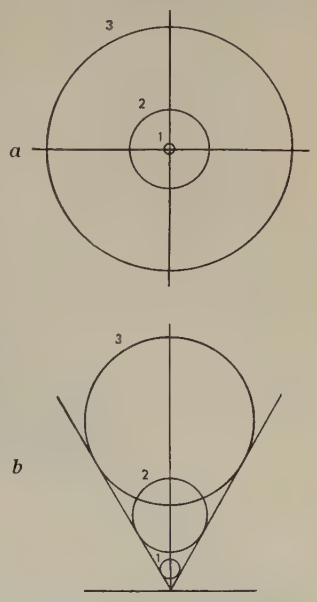


Fig. 2. Tvärsnitt genom planet V illustrerande *a*) sfärisk aberration *b*) koma för tre bländaröppningar med förhållandet 1 : 2 : 3.

$$\Delta y = (2c_3 + c_4) h y_0^2 \cos \varphi; \quad \Delta z = c_4 h y_0^2 \sin \varphi$$

med halvaxlarna $(2c_3 + c_4) h y_0^2$ och $c_4 h y_0^2$.

I andra delar av strålen än vid V-planet får man andra axelförhållanden, och speciellt försvinner den ena eller den andra av axlarna på två sådana ställen, benämnda de meridionala och de sagittala bildpunkterna, i den ordning framifrån räknat de ligga i fig. 3. En enda skarp bildpunkt kan aldrig erhållas; mitt emellan de båda nämnda punkterna har man dock en cirkel. Bildfelet är som bekant känt under namnet *astigmatism*. Sammanfattningen av de punkter som ha meridional fokussering, om P rör sig i sitt plan, är en sfärisk yta, och en annan sfärisk yta innehåller

motsvarande punkter med sagittal fokussering. De gå givetvis båda i samma punkt genom axeln; mitt emellan dessa båda ytor ligger vad man bör kalla *bildytan*, som i allmänhet är krökt. Genom speciellt val av systemets ytor kan man samtidigt behärska de båda felen *astigmatism* och *bildfältskrökning*, så att man efter

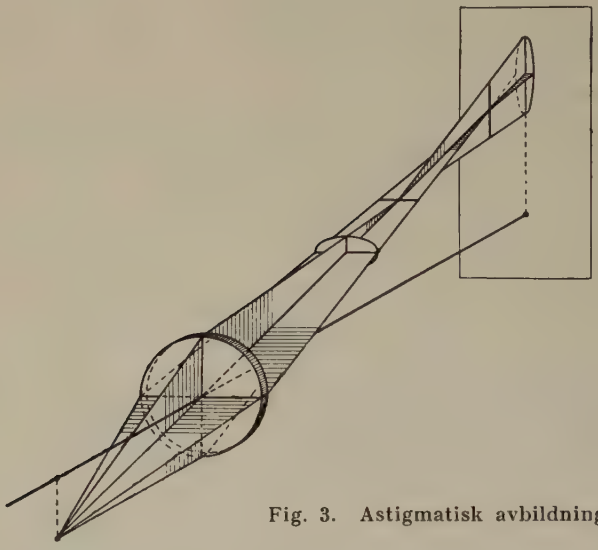


Fig. 3. Astigmatisk avbildning.

omständigheterna kompromissar mellan de båda; under alla förhållanden kvarstår en viss avvikelse från det önskade plana bildfältet, då astigmatismen korrigerats väl.

Om $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0$ men $c_5 \neq 0$, är avvikningen i z-riktningen noll men i y-riktningen proportionell mot y_0^3. Ju längre från axeln föremålspunkten P är belägen, desto större blir denna förskjutning av bildpunkten. Vi få den bekanta kuddformiga (*a*) eller tunnformiga (*b*) avbildningen av ett kvadratiskt rutnät enl. fig. 4 ($c_5 > 0$ eller $c_5 < 0$), vilken som bekant ofta kan nedbringas genom lämplig bländarplacering. Felet benämnes *distorsion*.

Som tidigare antytts förekomma i ett praktiskt system nästan alltid de fem monokromatiska aberrationerna: sfärisk aberration, koma, astigmatism, bildfältskrökning och distorsion samtidigt. Att särskilja dem grovt är dock väsentligt även inom den konstruerande optiken, eftersom de ha olika orsaker och därför ofta i specialfall kunna bortskaffas. Det kan dock inträffa, att vid höga precisionskrav även högre termer måste tagas med och ha ett

betydande inflytande. Utom de geometriska aberrationerna ha ibland — och särskilt för mikroskopen — diffraktionen väsentlig betydelse, och beräkningen av den samtidiga inverkan av aberration och diffraktion, eller, vilket är detsamma, genomräkningen av systemet med ljuset som vågfält, har endast kunnat genomföras approximativt i speciella fall på grund av matematiska svårigheter.

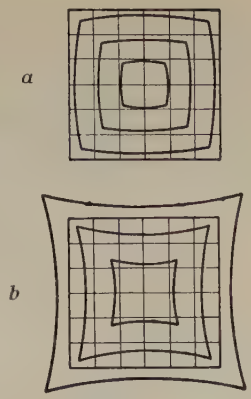


Fig. 4. »Kudd»-formig (*a*) och »tunn»-formig (*b*) avbildning av ett kvadratiskt rutnät.

Härtill komma *kromatiska aberrationer*. Deras betydelse är ju, att samtliga koefficienter äro våglängdsberoende på grund av dispersionen. Fokaldistansens beroende av brytningsindex innebär en första kromatisk aberration, som kan nedbringas på bekant sätt genom kombination av glas, så att fokaldistanserna äro lika för två färger (akromat) eller tre färger (apokromat). En andra kromatisk aberration uppkommer på grund av skillnad i y_0 för de olika färgerna.

Den okorrigerade sfäriska spegeln jämförd med linsen.

Då det gäller att få avbildande system så goda som möjligt, äro svårigheterna betydande, särskilt om det gäller att få stor apertur (stort h) eller stort synfält (stora y_0) eller bådadera. Den optiska tekniken följer mycket långt beräkningens linjer men måste ofta eller i sista hand prova sig fram.

Spegeln har i jämförelse med linsen framför allt den fördelen, att den saknar kromatisk aberration. För speciella fall kunna även speglarna givas sådan form, att övriga aberrationer försvinna, t. ex. den paraboliska spegeln för oändligt avlägsna föremål i axelriktningen, till vilka fall vi återkomma. Av konstruktiva och även av andra orsaker intresserar den sfäriska spegeln oss mest. Om bländarplanet U går genom spegelns krökningscentrum, så utgör tydligen varje stråle en systemaxel. Av de fem aberrationerna äro alla de y_0-beroende noll, och kvar stå endast *sfärisk aberration* och *bildfältskrökning*. Villkoret för att detta gynnsamma fall skall inträffa är emellertid, att bländaren placeras som nyss angivits, vilket framgår tydligt av fig. 5 och 6.

På grund av att det är den sfäriska aberrationen som dominerar

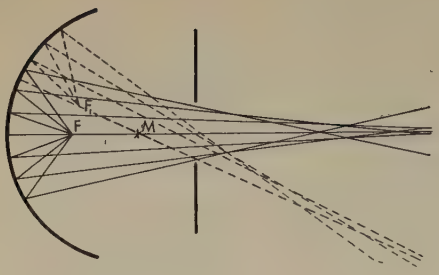


Fig. 5. Strålgången i en sfärisk spegel, då bländaren ej är placerad i sfärens krökningscentrum.

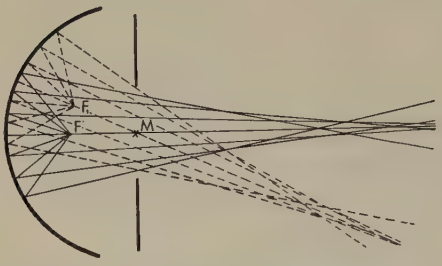


Fig. 6. Strålgången i en sfärisk spegel, då bländaren är placerad i sfärens krökningscentrum.

för spegeln och att det är den som skall angripas, när man vill förbättra bilden, bör en beräkning av densamma återges. Den transversella sfäriska aberrationen mätes just av radien i cirkeln enl. figur 2 a, och denna radie, tidigare betecknad med $c_1 h^3$, utgör med fokaldistansen F införd $\varrho_h = h^3/8F^2$.

Denna formel, som härledes mycket enkelt, belysa vi ur något allmännare utgångspunkter genom att samtidigt betrakta en parabolisk, en elliptisk och en cirkulär kurva med samma vertex och krökningsradie R (enl. fig. 7), som roterade beskriva motsvarande speglar. Krökningscentra för samtligas vertex ligga i samma punkt, varav följer, att de tre brännpunkterna sammanfalla i F, mitt emellan vertex och krökningscentrum.

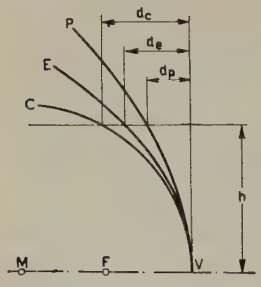


Fig. 7. Parabel, ellips och cirkel.

I det ideala fallet, då ingen aberration uppstår, skall en mot en spegel infallande plan våg transformeras till en sfärisk vågfront, som konvergerar i fokalpunkten. För att bestämma avvikelsen från detta idealfall skola vi för de tre givna speglarna beräkna avstånden från vertex till träffpunkten för en stråle, som infaller parallellt med speglarnas gemensamma axel och på avståndet h från denna.

För parabeln gäller, att dess parameter är lika med radien R. Man finner avståndet $d_p = h^2/2R$.

För ellipsen gäller enl. ellipsens ekv. med $y = h$ införd $d_e = a - x = a - a\sqrt{1 - h^2/b^2}$, där a = halva storaxeln och b = halva lillaxeln, eller utvecklat i serie

$$d_e = \frac{ah^2}{2b^2} + \frac{ah^4}{8b^4} + \frac{ah^6}{16b^6} + \dots$$

eller med krökningsradien i vertex, $R = b^2/a$, införd

$$d_e = \frac{h^2}{2R} + \frac{h^4}{8R^3} \cdot \frac{b^2}{a^2} + \frac{h^6}{16R^5} \cdot \frac{b^4}{a^4} + \dots$$

Som specialfall av ellipsen ($b = a = R$) få vi för cirkeln

$$d_c = \frac{h^2}{2R} + \frac{h^4}{8R^3} + \frac{h^6}{16R^5} \dots$$

Om en plan ljusvåg infaller mot den paraboliska spegeln, kommer den att träffa spegeln tidigare i punkten h än i vertex. En i denna våg ingående stråle kommer därför att hinna gå sträckan $h^2/2R$ tillbaka mot fokus, innan en annan stråle i samma våg träffar spegeln i vertex. Detta är just vad som erfordras för att åstadkomma en sfärisk vågfront, som konvergerar i fokalpunkten F. Man kan nu använda detta som utgångspunkt för bestämning av den sfäriska aberrationen hos den sfäriska spegeln. En ljusstråle, som infaller mot denna, kommer att reflekteras tidigare än om den hade träffat den paraboliska.

När en plan våg från ett oändligt avlägset föremål träffar denna sfäriska spegel, kommer följaktligen vågfronten i punkten h att ligga sträckan $2(d_c - d_p)$ närmare fokus än vad vågfronten i vertex gör.

Ur de härledda uttrycken erhålles

$$2(d_c - d_p) = h^4/4R^3 + h^6/8R^5 + \dots$$

För att återgå till strålbegreppet observera vi, att en stråle är normal till vågfronten; vinkeländringen av en strålriktning är alltså lika med vinkeländringen av motsvarande vågfront. Skillnaden mellan den lutning parabeln ger åt vågfronten och den som cirkeln ger kan alltså beräknas som skillnaden i stigning mellan de båda vågfronterna, dvs. som derivatan av nyss beräknade dubblerade d-avstånd med avseende på h. Vi få alltså vinkeldifferensen mellan strålarna, dvs. vinkelvärdet av den sfäriska aberrationen, genom denna derivering, som ger $h^3/R^3 + 3h^5/4R^5$.

Så länge h är mindre än halva fokaldistansen, kan man försumma högregradstermer och alltså erhålla vinkelvärdet av den sfäriska aberrationen till $a_h = h^3/R^3 = h^3/8F^3$.

Den av oss sökta transversella sfäriska aberrationen erhålles nu genom multiplikation av vinkelaberrationen med fokaldistansen F_2, alltså $\varrho_h = F \cdot \alpha_h = h^3/8F^2$.

Genom att ellipsen för jämförelses skull tagits med, blir det möjligt att beräkna α_h för det allmänna fallet, alltså då föremålet ej ligger på oändligt avstånd. För att avbildningen skall ske aberrationsfritt genom reflexion mot en elliptisk yta fordras, att föremålet befinner sig i dess andra brännpunkt. Samma resonemang som förut ger analoga räkningar, i vilka halva brännpunktsavståndet c för enkelhetens skull införts ($c^2 = a^2 - b^2$):

$$2(d_c - d_e) = \frac{h^4}{4R^3} - \frac{h^4}{4R^3} \cdot \frac{b^2}{a^2} = \frac{h^4}{4R^3} \cdot \frac{c^2}{a^2}$$

$$\alpha_h = \frac{h^3}{8F^3} \cdot \frac{c^2}{a^2}; \quad \varrho_h = \frac{h^3}{8F^2} \cdot \frac{c^2}{a^2}.$$

För att tillämpa detta på den sfäriska spegelns allmänna fall behöver man endast konstatera, att bild- och föremålsavstånd till vertex äro resp. $(a - c)$ och $(a + c)$. Om absolutvärdet av längdförstoringen β införes ($\beta < 1$) som entydigt mått på föremålsplaceringen i förhållande till spegeln, erhålles $\beta = (a - c) : (a + c)$, varav

$$\frac{c}{a} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \quad \text{och} \quad \varrho_h = \frac{h^3}{8F^2}\left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta}\right)^2.$$

För $\beta = 0$, dvs. oändligt avlägset föremål, återfås föregående värde, och för användning på ändliga föremål blir spegelns aberration i fokalpunkten alltså mindre än detta. Den försvinner sedan helt för $\beta = 1$, dvs. vid avbildning av föremål belägna i krökningscentrums plan.

En skärpning av denna beräkning är väsentlig för bedömning av möjligheterna att konstruera t. ex. mikroskop med användning av spegel som objektiv. Det finns nämligen en punkt något närmare vertex än fokus, vilken med hänsyn till interferensen av samtliga vågor mellan centralstrålen och den på avståndet h infallande har en mindre aberrationscirkel, som endast är fjärdedelen av den här beräknade: $\varrho_{h\,\min} = h^3/32F^2$.

Det vanliga villkoret för upplösningsförmåga hos ett instrument, nämligen att den cirkulära yta, som uppkommer på grund av ljusdiffraktionen i instrumentets öppning, den s. k. Airyfläcken, skall ha högst så stor diameter som motsvarar minimiavståndet mellan två objekt, som skola synas skilda, är även här användbart för bedömning av hur stor apertur den okorrigerade sfäriska spegeln får ha, för att aberrationen till storleksordningen ej skall dominera över diffraktionen. Airyfläckens radie är

$$\varrho_{\text{Airy}} = \frac{F}{h} \cdot 0{,}61\,\lambda.$$

Om den sättes lika med $\varrho_{h\,\min}$, har man fått storleksordningen för största tillåtna apertur:

$$\frac{h^3}{32F^2} = \frac{F}{h} \cdot 0{,}61\,\lambda \quad \text{eller} \quad \frac{h^4}{F^3} = 20\,\lambda.$$

Om $\lambda = 5{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm och F uttryckes i cm, blir den relativa aperturen

$$a = \frac{2h}{F} = 2 \cdot \sqrt[4]{\frac{20\,\lambda}{F}} = \frac{0{,}36}{\sqrt[4]{F}}.$$

Om $F = 1$ cm insättes, komma vi till en relativapertur av 1 : 2,7 eller en numerisk apertur av omkring 0,2, vilket faktiskt betyder, att ett mikroskopobjektiv kan utgöras av en sfärisk yta med 2 cm radie, om aperturen begränsas till detta låga värde. Att detta är ett rätt förvånande faktum anser även konstruktören av ett sådant mikroskop, vilket skall beskrivas i nästa artikel, holländaren Bouwers, på vars framställning den nyss angivna beräkningen av den generella aberrationsformeln i huvudsak grundats.

Översiktligt sett är sfäriska aberrationen för spegeln endast ungefär en åttondel av den för en enkel lins med samma brännvidd och apertur. Denna, den ena av de kvarstående aberrationerna hos spegeln, är alltså betydligt mindre än hos linsen. Den andra av spegelns aberrationer är bildkrökningen; bildytan är för parallella strålar koncentrisk med spegeln och har halva dess radie. I vissa fall är den onekligen starkt besvärande, såsom vid kameror, eftersom buktig plåt är obekväm. I andra fall är ju en likformig krökning lätt korrigerbar med en plan-sfärisk lins, och i kombination med ett katodstrålerörs skärm är den, som vi skola se i nästa uppsats, mycket lämplig.

En nackdel, som vidlåder alla speglar, är den ljusförlust man gör, då man vid dessa måste placera en avbildningsyta i strålgången. Det visar sig emellertid, att denna förlust är av mindre betydelse, för så vitt man ej önskar ett mycket stort synfält (över ca 20° vid en relativ apertur av 1 : 1). Som regel gäller, att man ej bör göra avbildningsytan större än 25 % av bländaröppningen.

Sakkunniga konstruktörer nämna ett par andra nackdelar hos speglar i jämförelse med linser som konstruktionselement. Den ena är den större inverkan på fokalegenskaperna av temperaturen och av mekaniska spänningar från fattningen, och en andra — delvis beroende på samma orsak, nämligen bristande symmetri — är den större svårigheten att noggrant axeljustera speglar. Ibland och

särskilt vid öppna instrument verka ytans kemiska förändringar och ytbeläggningar så småningom nedsättande på intensiteten. Aluminisering och särskilt rhodisering är dock gynnsam i fråga om både reflexionsförmåga över hela spektrum och beständighet.

Icke-sfäriska speglar.

Att åstadkomma en exakt sfärisk yta är en av den optiska instrumentmakarens vardagsuppgifter, även om det fordras en betydande skicklighet för att uppnå, att större sfäriska ytors form bli exakta på mindre än fjärdedels ljusvåglängder.

Icke-sfäriska ytor fordra handarbete med speciell teknik och mätmetodik. De astronomiska teleskopens paraboliska form är frukten av en minutiös poleringsteknik. För små speglar lär man enligt Strongs handbok »Procedures in Experimental Physics» kunna korrigera en ursprungligen sfärisk form till parabolisk genom påförångning av aluminiumskikt av beräkningsbart variabel tjocklek. Det förtjänar att påpekas, att den paraboliska spegeln är aberrationsfri endast för axelparallella strålar. Stor apertur kan alltså användas, men synfältsvinkeln måste hållas låg för att koma och astigmatism ej skola bli störande. Samma sak gäller för den elliptiska spegeln, som har mycket obetydlig användning.

Det kan dock ges exempel på, att man i vissa fall måst tillgripa icke-sfäriska ytor och även gjort det med framgång. Så har nyligen E. H. Burch i Bristol byggt spegelmikroskop med stor apertur, i vilket objektivet utgöres av en asfärisk konvexspegel samt en mindre sfärisk spegel. En serie av mikroskop skall nu läggas upp, och de redan tillverkade ha varit nyttiga för speciella uppgifter, såsom vid genomsökande av Powells berömda kärnspårsplåtar, särskilt på grund av att — trots den stora förstoringen — objektet ligger på relativt stort avstånd från objektivet.

Sfäriska spegeln med Schmidtkorrektör.

I de flesta fall är den sfäriska spegeln ensam ej användbar inom precisionsinstrumenttekniken. De icke-sfäriska speglarna erbjuda som nyss nämnts ej i allmänhet några praktiska lösningar; utan den senare utvecklingen har följt den linjen att konstruera tillsatser till den sfäriska spegeln för att bortskaffa dess sfäriska aberration.

Instrumentmakaren B. Schmidt vid Bergedorfobservatoriet invid Hamburg var säkert icke medveten om den viktiga epok han inledde, då han 1931 med en skicklig och intuitivt genial metod polerade sina första tillsatsplattor till den sfäriska spegeln. Sedan

dess ha Schmidtplattorna vunnit stor användning framför allt inom astronomin. På de allra sista åren ha de emellertid utnyttjats på ett framgångsrikt sätt även för andra ändamål, vilket motiverat, att de tagits upp här och i nästa artikel.

Schmidtplattan eller Schmidtkorrektören placeras i det plan, som innehåller spegelns krökningscentrum, och det ljus, som kommer utifrån, passerar alltså först denna. Att den placeras här medför även, att den tack vare sin funktion som bländare säkrar den aberrationsfrihet som berörts å sid. 5. Den skall åt den plana vågfronten (vi behandla först fallet med oändligt avlägset föremål) ge en sådan brytning, att denna efter reflexionen skall vara helt sfärisk och konvergera mot fokus F eller eventuellt en annan punkt på axeln. För att den sfäriska vågfronten skall konvergera i fokus F erfordras, att plattan skall ha en mot kanterna starkt tilltagande tjocklek (fig. 8 a). Observera att skillnaden i tjocklek hos plattan i denna figur betydligt överdrivits för tydlighets skull. Det är lätt att beräkna, vilken matematisk form kurvan skall ha, för att villkoret skall bli uppfyllt. Av räkningen på sid. 7 framgår, att den vägsträcka utefter strålen, som motsvarar den sfäriska aberrationen, nämligen $2(d_c - d_p)$, utgör $h^4/4R^3$. Den kan kompenseras med plattan, om den optiska vägskillnad denna förorsakar blir lika med denna differens. Om plattans tjocklek är D_0 i centrum och D vid höjden h, utgör denna vägdifferens vid höjden h som bekant $(n-1)(D-D_0)$, varav

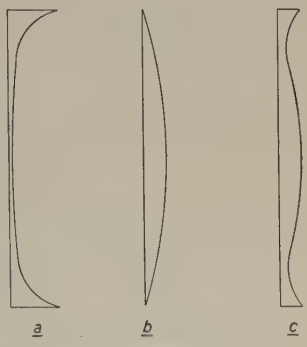


Fig. 8. *a*) Tidigare modell av Schmidtkorrektör, *b*) plankonvex lins, *c*) Senare modell av Schmidtkorrektör, som uppstått genom en kombination av kurvorna i fig. a och b.

$$D = D_0 + \frac{h^4}{4(n-1)R^3}.$$

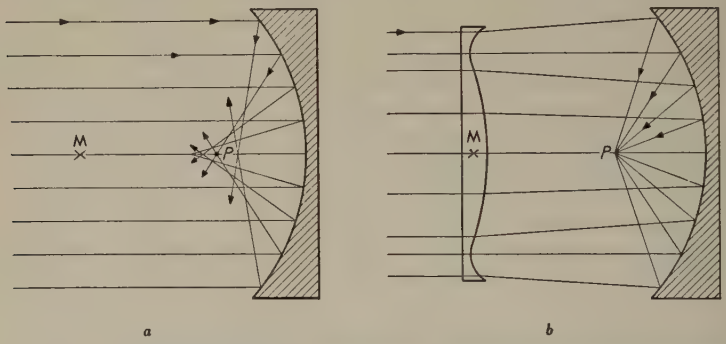
Kurvan skall alltså vara av fjärde graden.

Olikheten i tjocklek mellan plattans periferi och centrum utgör ur vissa synpunkter en nackdel. Den inför nämligen en viss kromatisk aberration hos periferistrålarna och ger även smärre avbildningsfel för snett infallande strålar. I den senare och numera utan undantag använda utformningen av Schmidtplattan har man med bibehållande av korrektionsprincipen kunnat utjämna tjockleksdifferensen genom att till fjärdegradskurvan addera en motsatt

vänd andragradskurva (fig. 8 b) så att resultatet blir en platta enl. fig. 8 c. Tillsatskurvan utgöres av $-kh^2 : (n-1)$ och representerar approximativt en tillsatt plankonvex lins, varvid k är så vald, att linsen förändrar systemets brännpunkt till den förut (sid. 8) nämnda axelpunkt, där den sfäriska aberrationen hos spegeln är minst. Kurvformen blir enligt denna anordning uttryckt genom

$$D = D_0 - \frac{k \cdot h^2}{n-1} + \frac{h^4}{4(n-1)R^3}.$$

Man kan härmed nå den eftersträvade fördelen av mycket långt driven total aberrationsfrihet även för sneda strålar. Korrektionsplattans utformning kommer även att bli beroende av det av-



a *b*

Fig. 9. Strålgångsförloppet utan (*a*) och med (*b*) Schmidtkorrektör.

bildade föremålets läge. I det här behandlade fallet, där det varit fråga om ett oändligt avlägset föremål, skall plattan ha en mera markerad krökning än då systemet konstruerats för ett kortare föremålsavstånd. Enligt sid. 8 blir nämligen aberrationen i det senare fallet (som innebär att $\beta > 0$) mindre än i det förra ($\beta = 0$). I fig. 9 återges schematiskt strålgångsförloppet med och utan Schmidtkorrektör, och lätt utförda försök med synliga strålgångar i båda fallen bekräfta på ett mycket påtagligt sätt, vad man vunnit.

Den kvarstående aberrationen hos ett system med Schmidtkorrektör framgår av tabellen å sid. 16. Som framgår av denna tabell, kan ett relativt stort synfält, upp till ca 20°, erhållas även för det ytterst ljusstarka sista objektivet utan att aberrationen blir besvärande. Den aberration, som vid ökat synfält gör sig mest gällande, är proportionell mot $h^3\varphi^2$, där φ är strålens infallsvinkel. Denna torde bäst kunna karaktäriseras som ett slags femte ordningens astigmatism.

Det bör tilläggas, att det naturligtvis skulle vara möjligt att något minska aberrationen för strålar, som infalla snett mot korrektionslinsens periferi genom att modifiera dennas utformning. Man måste emellertid stanna vid en kompromiss, då därvid samtidigt en del mindre aberrationer närmare systemets optiska axel komma att uppstå.

Sfäriska spegeln med linskorrektör.

Det är känt, att man vid linsoptik i viss mån kan korrigera för den sfäriska aberrationen hos en positiv lins genom att efter densamma placera en lämplig negativ lins, vilkens senare aberration motverkar den positiva linsens. Denna negativa lins skall naturligtvis vara utformad så, att dess inverkan på det optiska systemet för övrigt är minimal. Om man i strålgången hos en sfärisk spegel inför en svag negativ lins, kan man på liknande sätt kompensera dennas sfäriska aberration.

Även denna idé har på senare tid utnyttjats på framgångsrikt sätt för konstruktion av korrektörer till den sfäriska spegeln. Maksutov vid optiska institutet i Moskva och holländaren Bouwers ha var för sig och tillsynes oberoende av varandra påvisat de stora möjligheter, som ett sådant system besitter, och konstruerat optiska instrument grundade på dessa principer. I själva verket är det förvånande, att den enkla idén ej tidigare i någon känd större utsträckning kommit till användning.

Den negativa lins, som skall användas som korrektionselement, bör vara av s. k. menisktyp, dvs. konvex-konkav, då en sådan utom andra fördelar uppvisar mycket liten kromatisk aberration. Det visar sig, att de enda faktorer, som bestämma den sfäriska aberrationen hos en sådan lins, är krökningsradien hos den yta, som är vänd mot föremålet, och linsens brännvidd. Man har för övrigt rätt fria händer, när det gäller korrektionslinsen: man kan variera dess läge, dess tjocklek och dess böjning, så att den konkava eller den konvexa sidan kan vändas mot föremålet. I princip kan en korrektör vara anordnad som i fig. 10, men korrektionen blir då olika för strålarna α och β, emedan dessa bilda olika infallsvinklar. En symmetrisk korrektör enligt fig. 11 ställer sig lämpligare, i det att strålen α passerar den första korrektören

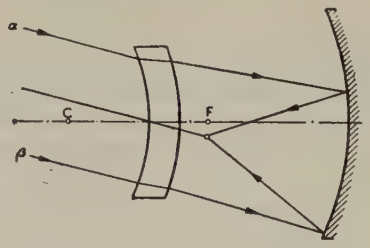


Fig. 10. Enkel linskorrektör.

under liten vinkel och den andra under större, medan strålen β uppför sig på motsatt sätt. Emellertid begränsas även detta korrektionssystem vid större synfält av koma och astigmatism.

Ett vida gynnsammare system erhålles, om korrektörlinsens båda ytor äro koncentriska inbördes och med spegeln enl. fig. 12. På grund av sin symmetri kan den tydligen ej ge upphov till någon aberration i form av koma eller astigmatism. Den har trots den helt olika utformningen betydelsefulla likheter med Schmidt-korrektören, kanske enklast karakteriserat så, att de båda huvud-

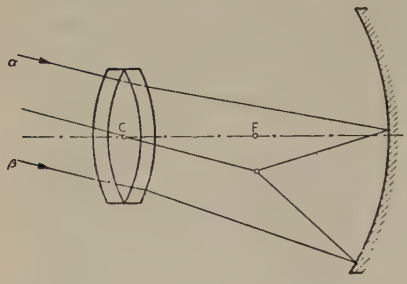


Fig. 11. Symmetrisk korrektör.

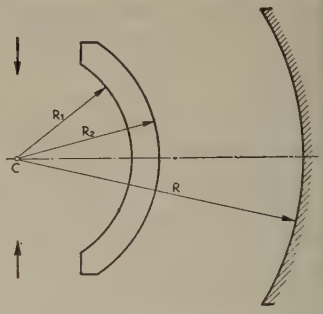


Fig. 12. Koncentriskt system.

planen hos denna lins givetvis sammanfalla och gå genom ytornas krökningscentrum. Detta motsvarar ju Schmidtkorrektörens plats och samtidigt den plats, där bländaren bör placeras.

Allt detta gäller, om man i likhet med Bouwers accepterar det krökta bildplanet, vilket även blir koncentriskt med de övriga ytorna. Vi ha redan berört saken och anfört, att det i många fall är ganska praktiskt. Skall man korrigera med linser till ett plant bildfält, kan man med mera konventionella räkningar bestämma andra typer av gynnsammaste linser, varpå t. ex. Maksutov givit exempel. Den sfäriska bildyta, som det koncentriska systemet ger för ett oändligt eller mycket avlägset föremålsplan, får dock ej samma krökningsradie för närbelägna föremålsplan.

Det visar sig, att den sfäriska aberrationen med detta system ej helt går att kompensera. Som framgår av tabellen på sid. 16, blir den emellertid mindre än för ett Schmidtsystem, om den relativa aperturen begränsas. Vidare blir den oberoende av synfältet. Den kromatiska aberration, som är besvärande i den koncentriska korrektören, är den longitudinella, dvs. den som gör att

ljus av olika våglängder brytas till skilda fokus. Man kan bringa ned denna aberration, så att den blir praktiskt taget betydelselös genom att utforma korrektören såsom fig. 13 visar. Här består denna av två delar, som åtskiljas av en plan yta. Detta är lämpligt redan av den anledningen, att linsen måste vara tjock för att åstadkomma den nödvändiga sfäriska aberrationen. Glaset väljes så, att brytningsindex för en viss våglängd är detsamma i de båda delarna, medan den cementerade ytan får utgöra kompensation för övriga våglängder.

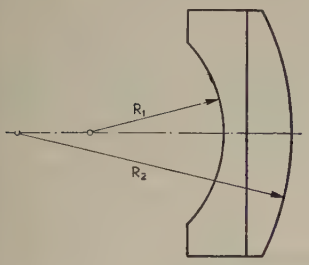


Fig. 13. Akromatisk korrektör.

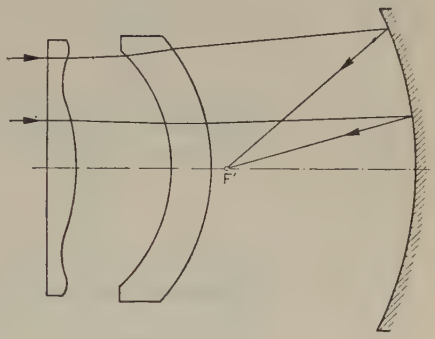


Fig. 14. Kombinerat Schmidt- och koncentriskt system.

Det bör slutligen nämnas, att man kan tänka sig en kombination av Schmidtkorrektören och den koncentriska linskorrektören (fig. 14). Schmidtkorrektörens uppgift är här endast att bortskaffa den återstående sfäriska aberration, som det koncentriska systemet besitter. Variationerna i tjocklek hos Schmidtkorrektören behöva därför endast vara mycket små, varav följer att den astigmatism, som omtalades vid behandlingen av denna korrektör, i detta fall blir obetydlig. På detta sätt kan man konstruera ett system, som överträffar både Schmidtobjektivet och det enkla koncentriska systemet.

Som en jämförelse mellan de behandlade systemen återge vi efter Bouwers' beräkningar meridianaberrationens maximivärde hos bilden av en oändligt avlägsen föremålspunkt, uttryckt i tusendelar av fokaldistansen, i följande tabell. Den ger givetvis ej någon uttömmande kvalitetsgradering, eftersom man vid val av system har att ta hänsyn till andra omständigheter, av vilka en del här anförts. Vidare har inverkan av diffraktion eller av kromatisk aberration ej beaktats.

Synfält	Rel. apertur 1 : 1,5			Rel. apertur 1 : 1			Rel. apertur 1 : 0,5		
	Schmidt system	Koncentr. system	Kombin. system	Schmidt system	Koncentr-system	Kombin. system	Schmidt system	Koncentr. system	Kombin. system
0°	0	0,02	0	0	0,17	0	0	2,0	0
10°	0,10	0,02	< 0,01	0,33	0,17	< 0,01	1,2	2,0	0,15
20°	0,39	0,02	< 0,01	1,3	0,17	0,02	4,9	2,0	0,35
30°	0,87	0,02	< 0,01	3,0	0,17	0,05	10,8	2,0	0,65
40°	1,5	0,02	< 0,01	5,2	0,17	0,08	> 10	2,0	1,0
50°	2,4	0,02	< 0,01	8,2	0,17	0,12	> 10	2,0	1,7
60°	3,4	0,02	0,01	11,7	0,17	0,15	> 10	2,0	2,5

I nästa uppsats, som behandlar instrument med spegeloptik, ingår även en litteraturförteckning.

Kemiska reaktionsformler III.

Av lektor BERTIL ENGLUND, Uppsala.

I en intresseväckande artikel *Redoxreaktioner och valens* (Elementa *32*, 9, 1949) har läroverksadj. Einar Grimsell tagit upp till diskussion några synpunkter, som jag för flera år sedan lagt fram på tal om vissa reaktionsformler (Elementa *28*, 74, 1945). Därvid hade jag anmärkt, att den s. k. Meyerska reaktionen alltid varit en stötesten ur valenssynpunkt. Grimsell använder emellertid de av Pauling härledda talen, som ange grundämnenas *elektro-negativitet* och framhåller, att både Meyers reaktion och dess omvändning kunna uppfattas som normala redoxprocesser.

År 1883 observerade G. Meyer, att metyljodid inverkade på natriumarsenit, så att ett salt av metylarsonsyran $CH_3AsO(OH)_2$ uppstår. I stället för metyljodid kan som Adams fann 1922 alkylbromid eller alkylklorid användas. Reaktionen kan varieras på många sätt; Ramberg framställde 1924 arsonättiksyra $HOCOCH_2AsO(OH)_2$ av klorättiksyra och arsenit. Svårigheten att tolka reaktionen har varit den valensändring från 3-värd till 5-värd som enligt klassiskt betraktelsesätt sker med arsenikatomen utan medverkan av något oxidationsmedel. Ett par analoga reaktioner äro kända med kväve och svavel som centralfigurer. Jämför sålunda:

alkylhalogenid + arsenit → arsonsyra $RAsO(OH)_2$ ....
alkylhalogenid + nitrit → nitroförening RNO_2 ....
alkylhalogenid + sulfit → sulfonsyra RSO_2OH ....

Som förklaring har man anfört, att alla dessa salter i lösning förekomma i tautomera former, varav den ena skulle ha en direkt bindning mellan metall och centralatom(!), och reaktionen tänkes vara en substitution av metall mot alkyl. Det är särdeles märkligt, att reaktionen också sker mellan alkylhalogenid och tiosulfat, som inte förekommer i tautomera former.

Det har tagits som självklart, att valenstalet hos resp. arsenik, kväve och svavel ökades med två enheter vid den Meyerska reaktionen. I den citerade uppsatsen visade jag, att kvävet i nitroföreningar kan anses ha valenstalet + 3, men lämnade där frågan om arsenik i arsonsyror obesvarad, i viss mån bunden av det »experimentella» belägget på arsenikens 5-värdighet: att icke reagera momentant med jod.

Då Grimsell tolkar reaktionen mellan metyljodid och arsenit med hjälp av Paulings siffror, tilldelar han jod i CH_3J valenstalet + 1, ty »kol är starkare negativt än jod». Reaktionen innebär i denna tolkning, att jodatomen oxiderar arsenikatomen. Men detta beräkningssätt kan inte tillämpas på bromider eller klorider, eftersom brom och klor äro mera negativa än kol. Mekanismen vid reaktionen skulle rent av vara en annan. Den »kemiska känslan», som Grimsell talar om, uppreser sig hos de erfarna kemister, som jag resonerat med, mot att jod, brom och klor betraktas som »olikvärdiga» i helt analoga föreningar. Man ser, att Paulings tabell inte får utnyttjas så schablonmässigt.

Av Paulings metod att beräkna »*oxidation numbers*» genom att fördela elektroner på ett bestämt sätt med hjälp av tal, som erhållits vid termokemiska mätningar, kan man få uppfattningen att dessa »oxidation numbers» verkligen karakterisera atomens tillstånd djupare än rent talmässigt. Detta är ett problem av största intresse. Nu vill jag i det sammanhanget blott hänvisa till en läsvärd uppsats av Vanderwerf (J. Chem. Educ. *25*, 547, 1948). Där påpekas, att definitionerna *oxidation = förlust av elektroner* och *reduktion = upptagande av elektroner* i många fall inte motsvara begreppen så som en kemist känner dem. Som exempel nämner Vanderwerf bl. a., att en kolatom vid oxidation till koldioxid visst icke förlorar 4 elektroner, att elektronparet mellan kol och halogen befinner sig närmare C i CH_3Br än i CH_3J, som dock uppstår av bromiden genom en substitution, ej genom redoxprocess, samt att elektrontätheten i acetatjonen är större än i den aldehyd, som oxiderades.

Valenstalen — så som jag använder dem i undervisningen — har jag alltid menat främst som *räknestorheter* — hjälpmedel att överblicka redoxförhållandena vid praktiskt arbete (titreringar framför allt). Det är väl enklare att räkna med tal än att rita obekanta, diskutabla och felaktiga elektronstrukturer.[1] Det förefaller f. ö. som om elektronen ofta vid formelskrivande endast spelar rollen av ett minustecken!

Ett par reaktionsformler, där valenstal användas på kolföreningar, skola slutligen visas:

Alkohol oxideras till aldehyd med »kromsyra»:

$$3R-\overset{n}{C}H_2OH + K_2\overset{+6}{C}r_2O_7 + 4H^+{}_2SO_4^{--} \longrightarrow 3R-\overset{m}{C}HO +$$
$$+ 2K^+\overset{+3}{C}r^{+++}(SO_4^{--})_2 + 7H_2O.$$

För att beräkna n och m kan man tilldela R ett godtyckligt valenstal a och finner $n = -a - 2 \cdot 1 + 1 = -1 - a$ och $m = -a - 1 + 2 = 1 + a$, dvs. för kolatomen en ökning med 2 enheter. Eller också kan man tillämpa regeln, att en bindning mellan två lika atomer ej skall räknas, varvid $n = -1$ och $m = +1$.

Jodoformprovet på alkohol:

$$\overset{-3}{C}H_3-\overset{-1}{C}H_2OH + 4\overset{0}{J}_2 + 6NaOH \longrightarrow \overset{+2}{C}H\overset{-1}{J}_3 + H\overset{+2}{C}OONa + 5Na\overset{-1}{J} + 5H_2O.$$

I de flesta fall kommer man dock lika snabbt fram genom att räkna antalet behövliga syreatomer för den organiska föreningens oxidation — varje O motsvarar ju 2 valensenheter.

[1] Elektronformeln för hydrazinhydrat i min citerade uppsats är som Grimsell påpekat, felaktig, bl. a. på grund av ett tryckfel. Sannolikt är denna förening byggd av jonerna $N_2H_5^+$ och OH^-.

Schema för vägningskorrigering.

Av fil. mag. AGNAR EGMARK, Stockholm.

Nedan beskrivna schema är avsett att användas för bekväm korrigering av vägningsresultat. Vikterna antagas vara kalibrerade på vanligt sätt. Vid vägning påläggas vikter med samma nominella värde alltid i samma ordningsföljd.

Inom varje 10-potens av gram uträknas med hjälp av de enskilda vikternas korrektioner varje nominellt heltalsvärdes korrektion. De så erhållna korrektionerna ordnas i kolumner bredvid varandra, varvid ett schema av nedanstående typ erhålles.

Korrektion i mg.

g	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}
1	— 0,7	0,0	0,0	— 0,1	0,0
2		0,0	0,0	0,0	0,0
3		0,0	— 0,1	— 0,1	— 0,1
4		0,0	— 0,1	0,0	— 0,1
5		— 0,4	+ 0,1	0,0	0,0
6		— 0,4	+ 0,1	— 0,1	0,0
7		— 0,4	+ 0,1	0,0	0,0
8		— 0,4	0,0	— 0,1	— 0,1
9		— 0,4	0,0	0,0	— 0,1

Exempel på användningen: En nominell vikt om 58,2369 g har erhållits. Den minsta korrigerade vikten är 0,01 g. Ur kolumnen 10^1 och raden 5 erhålles korrektionen för 50 g, ur kolumnen 10^0 och raden 8 korrektionen för 8 g osv. De erhållna korrektionerna adderas, varvid summan blir den sökta korrektionen, i detta fall — 0,5 mg.

Organiska föreningar och valenstal.

Av fil. lic. EVALD SAMÉN, Uppsala.

Då man skriver reaktionsformler för oorganiska redoxprocesser, diskuterar man som bekant valenstalens förändringar och bestämmer härur lätt reaktionsformelns koefficienter. Detta gäller t. ex. för redoxreaktioner av den på gymnasiet vanliga typen krom, mangan och järn. I allmänhet erbjuder det ingen svårighet att bestämma valenstalet, då man ju i sådana fall huvudsakligen har att göra med heteropolära föreningar.

Pauling har i sin nyutkomna lärobok (1947) infört »oxidation number» och har därvid angett några regler för fixering av oxidationstal. Detta begrepp torde vara identiskt med »valenstal» i den betydelse bl. a. lektor Bertil Englund har begagnat det i ett par uppsatser i denna tidskrift (*28*, 74, 1945 och *31*, 10, 1948). Nylén och Wigren ha redan i 4:e uppl. av sin lärobok infört och definierat »termen valenstal», ehuru de anse att utan närmare antaganden är begreppet icke lämpligt för organiska föreningar. Till ledning för bestämmandet av valenstal — vilken term här begagnas i det följande — har Pauling infört sin tidigare uppställda elektronegativitetsskala, i vilken varje element har tilldelats ett relativt mått (E) på grundämnets elektronegativitet. Härvid har fluor erhållit det högsta värdet (4,0) och cesium det lägsta (0,7).

Paulings regler och skala äro återgivna i en intressant uppsats av läroverksadjunkt Einar Grimsell i förra häftet av denna tidskrift (*32*, 9, 1949). Denne har där försökt framställa en del välbekanta organiska reaktioner såsom redoxprocesser. Med användning av Paulings skala har Grimsell bl. a. funnit, att reaktionen mellan en alkyljodid och silverhydroxid är en redoxreaktion, medan däremot detta icke är fallet med motsvarande reaktion med en alkylbromid. Man kan emellertid knappast göra en så bestämd åtskillnad på de tvenne reaktionerna. De torde båda kunna betraktas som rena substitutioner. Skillnaden mellan E-värdena för kol och jod är nämligen alltför ringa (0,1) för att man skall kunna tilldela jodatomerna valenstalet + 1. Det enda man med säkerhet kan säga, är att elektrontätheten kring brom

är större än kring jod. Pauling uppger också, att först då skillnaden i E-värden är större än 1,7 kan man betrakta jonbindning som den övervägande. Sålunda är exempelvis hos jodväte (E = 0,3) det kovalenta inslaget i bindningen ej mindre än 95 %.

Om man helt schematiskt tillämpar Paulings skala på kol-klorbindningen blir strukturen C :Cl, dvs. kloratomen skall erhålla valenstalet — 1. Dock kan en dylik bindning i många fall få en rent motsatt karaktär, alltså C: Cl. Detta är t. ex. fallet i föreningar av typen $(RSO_2)_3CCl$. Här medverka de elektronattraherande sulfonylgrupperna till att kloratomen blir rörlig och »positiv». Föreningen reduceras nämligen enligt följande reaktionsformel:

$$(RSO_2)_3CCl + 2H^+ + 2J^- = (RSO_2)_3CH + J_2 + H^+ + Cl^-.$$

När det gäller kol-svavel, där de båda atomernas E-värden äro lika stora, är det självklart, att man här ännu mindre kan draga någon bestämd slutsats om valenstalet. Detta har också Grimsell riktigt anmärkt. I exemplet med sulfonsyra finner Grimsell det sannolikt, att svavelatomen har valenstalet + 5, medan Englund med sin beräkning skulle komma fram till + 4. Utan att taga ställning i frågan är det måhända värt att framhålla, att alkylsulfiter kunna omlagras till sulfonsyreestrar

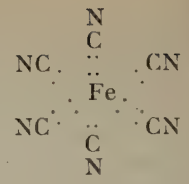
$$\begin{matrix} R'O \\ \\ R\,O \end{matrix} \!\!> SO \longrightarrow R'SO_2OR.$$

Tilldelar man svavelatomen valenstalet + 5 i sulfonsyror, skulle den nämnda omlagringen vara en redoxprocess, eftersom det ju anses, att sulfitsvavlet har valenstalet + 4.

Den bekanta sulfoneringsreaktionen $RH + H_2SO_4 \rightarrow RSO_2OH$ som är analog med den av Englund omnämnda nitreringen, visar att även 6-värt svavel kan ge upphov till sulfonsyra. Vad sulfoxider, sulfoner och sulfonsyreestrar beträffar kan slutligen nämnas, att enligt modern uppfattning är sulfonylgruppen mer elektronattraherande än — SOR i sulfoxider men mindre negativerande än — SO_2OR i estrar.

Ett annat intressant fall är frågan om elektronformeln för den komplexa jonen $Fe(CN)_6^{4-}$ med 6-ligant järn. Om man här tilllämpar Paulings skala schematiskt, bör järnatomen icke tilldelas någon av alla de elektroner, vilka förmedla bindningen mellan centralatomen och de 6 liganderna CN. Skillnaden i E-värde uppgår ju här till ett så högt belopp som 0,9 med kolatomen som mest elektronegativ. Detta skulle då medföra, att järn finge valens-

talet + 8, vilket är orimligt. Mätningar av atomavståndet järn-kol visa enligt Pauling att järn-kol-bindningen till 50 % har karaktär av dubbelbindning. I var och en av de 3 enkelbindningarna Fe : C och de 3 dubbelbindningarna Fe : : C bör kolatomen tilldelas 2 elektroner enligt strukturformeln

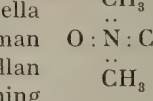


Järnatomen, som är 9-kovalent(9-bindig), tillräknas alltså 6 elektroner, och får följaktligen valenstalet + 2, vilket ju stämmer med det allmänt antagna!

Av de här anförda exemplen framgår tydligt, att det icke är lätt att entydigt fixera valenstal enbart med utgångspunkt från Paulings skala. Man kan i allmänhet icke draga några generella slutsatser utan får diskutera problemen från fall till fall och bl. a. taga hänsyn till ev. förekommande atomgruppers inverkan på det elektronpar, som förmedlar bindningen mellan de atomer man betraktar.

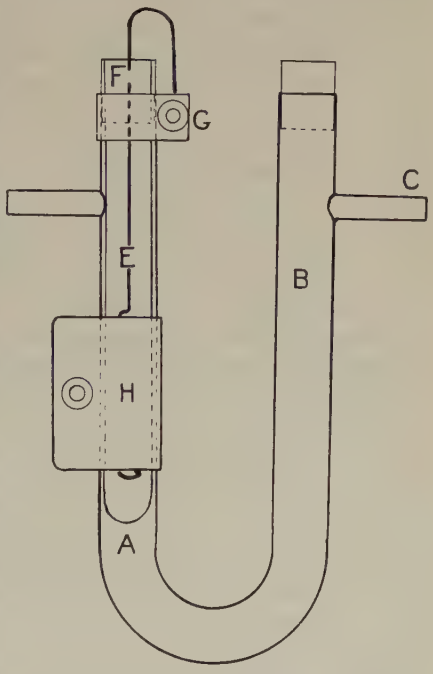
Man får även hålla i minnet, att endast ett fullständigt överförande av en elektron från en atom till en annan leder till ett *helt* valenstal. Men i så fall blir bindningen av rent elektrovalent karaktär (jonbindning). Det skall ej förnekas, att det i en del organiska reaktioner kan vara värdefullt med användning av valenstal. Dock inträffar det i vissa fall, att detta valenstal får karaktär av en ren räknestorhet utan reell bakgrund. Det kan nämligen förekomma reaktioner, där valenstalet förändras utan att för den skull reaktionen behöver tolkas som en redoxprocess. Motsatsen kan även vara fallet.

I detta sammanhang förtjänar kanske nämnas, att valenstal icke får förväxlas med den s. k. formella atomladdningen. Denna erhålles som bekant, om man delar elektronerna i en kovalent bindning lika mellan atomerna. I aminoxid får kvävet en formell laddning av + 1 och syret — 1. Motsvarande valenstal blir enligt Paulings skala — 1 resp. — 2. Varken valenstal eller formell laddning anger i allmänhet den verkliga fördelningen av de elektriska laddningarna i en molekyl.



Ozongasapparat.

Vidstående apparat (återgiven i fig. i halv skala) består av ett U-rör, som är försett med ett avledningsrör på vardera skänkeln. I skänkeln A är ett i nedre ändan tillsmält glasrör fastsatt med en papperspackning. E är en 1,5 mm koppartråd, vars nedre del är formad till en spiral, apterad i glasröret medelst en kork F och förbunden med kontakthylsan G. Kring skänkeln i jämnhöjd med kopparspiralen är aluminiumblecket H fastsatt med en kontakthylsa. Skänkeln B är i övre ändan försedd med en kork, vilken såväl som korken F och papperspackningen mellan skänkeln och glasröret är paraffinerad.



Apparaten arbetar effektivt vid en spänning av ca 10 000 volt, som enklast fås från ett induktorium. Den positiva polen bör vara kopplad till den övre kontakthylsan, dvs. till kopparspiralen, och den negativa till aluminiumblecket. Särskilt skall betonas, att kopparspiralens diameter är lika stor som glasrörets inre, varigenom ett mycket kraftigt elektriskt fält erhålles mellan kopparspiralen och aluminiumblecket, en s. k. stilla urladdning.

Om syre inledes genom röret A, ombygges syremolekylerna vid passerandet av kraftfältet, och en kraftig ström av ozon erhålles vid avledningsröret C.

Apparaten är tillverkad på uppdrag av lektor K.-J. Lenander av I. Jonson och L. Stenström, elever vid Högre allmänna läroverket i Kalmar.

Bokanmälningar.

Leonard I. Schiff, *Quantum Mechanics*, McGraw-Hill Book Co. New York and London 1949, Pp. 404, 27 s. 6 d.

Svårigheterna att i läroboksform ge en sammanfattande framställning av den moderna kvantmekaniken äro så väl kända, att varje nytt arbete inom detta område hälsas med stort intresse. Inom en mycket begränsad ram har det lyckats Schiff att ge en pregnant bild av kvantmekanikens utveckling och redogöra för ett flertal av dess hittillsvarande viktigaste resultat. Avvägningen mellan de matematiska metoderna — som behandlas med den för den matematiska fysiken vanligen avpassade strängheten — och de fysikaliska tillämpningarna är lyckad och sådan, att boken i första hand fyller fysikerns behov.

I arbetets tre första kapitel ges en inledning till den moderna kvantmekaniken, omfattande den klassiska bakgrunden, Schrödingerekvationen samt egenvärdeproblemet och utvecklingssatsen.

De följande åtta kapitlen utgöra bokens huvuddel och ägnas den orelativistiska kvantmekaniken. Efter en behandling av de diskreta egenvärdena med tillämpningar på bl. a. den harmoniska oscillatorn, banimpulsmomentet och väteatomen följer ett intressant kap. rörande stöt- och spridningsteori. I samband med genomgången av matrixmekaniken ger förf. en enkel och elegant framställning av det generella impulsmomentet inklusive spin. Två kap. ägnas olika approximationsmetoder, och förutom de båda grundläggande störningsteorierna behandlas variationsmetoden, WKB-metoden samt Borns approximation, allt med fysikaliska tillämpningar. Efter ett kap. om partiklarnas symmetriegenskaper och Pauliprincipen ger förf. en framställning av den korrespondensmässiga strålningsteorien. Denna avdelning avslutas med tillämpningar på atom- och molekylteori, varpå följer något kärnteori.

De tre sista kap. ägnas »avancerad» kvantmekanik och omfatta Diracs relativistiska vågekvation — kanske väl kortfattat behandlad — teorien för fältkvantisering samt kvantelektrodynamik. De problem som här beröras ha ju mycket subtil karaktär, men framställningen torde vara väl ägnad att tjäna som en första orientering för läsaren.

Till varje kap. finnas ett antal övningsuppgifter — flertalet nya och i allmänhet mycket lyckligt valda. Att dessa sakna svar försvårar emellertid bokens användning vid självstudium.

I en lärobok av denna typ är det mycket som man kanske skulle vilja se utförligare framställt (som t. ex. transformationsteorien), men detta skymmer knappast bokens påtagliga förtjänster. Typografien är föredömlig, och särskilt fäster man sig vid formlernas klara och överskådliga uppställning, vilken underlättar arbetets användning som handbok. Schiffs bok kan livligt rekommenderas vid ett inledande studium av kvantmekaniken, och förutom vid de högre studierna i matematisk fysik torde den vara lämplig att använda även som uppslagsbok för experimentalfysiker, kemister och andra intresserade.

Per-Olov Löwdin.

William V. Houston, *Principles of Mathematical Physics*, McGraw-Hill Book Co. New York and London 1948, 2nd. ed., Pp. 363, 25 s.

Denna lärobok, nu i sin andra upplaga, är avsedd som en inledning till den klassiska matematiska fysiken. Den innehåller således icke någon som helst kvantmekanik men är i gengäld uppställd så, att den ger en lämplig grundval för fortsatta studier.

Houston ger stort utrymme åt de viktigaste matematiska metoderna: den elementära teorien för differentialekvationerna, variationskalkylen, vektoralgebran samt teorien för vektorfält. Tonvikten är dock givetvis lagd på de fysikaliska tillämpningarna, och i första hand behandlas partikelns och stela kroppens mekanik samt svängande systems dynamik. Hamiltons princip ställes i centrum, och ur denna härledas sedan de Lagrangeska rörelseekvationerna. Framställningen av Hamiltons princip skulle dock vunnit avsevärt på en grundlig behandling av tvångskrafterna och virtuella arbetets princip.

Två korta kapitel ägnas termodynamik och statistisk mekanik, och mera utförligt behandlas elektricitetsläran. Det avslutande kap. omfattar speciell relativitetsteori. Förf. gör inte anspråk på att ha givit någon fullständig behandling av den klassiska fysiken, och flera viktiga områden saknas, bl. a. hydromekanik.

I sin helhet är framställningen koncis och kortfattad, och avsikten är att läsaren genom de talrika övningsuppgifterna — för vilka dock i allmänhet svar saknas — skall komma i närmare kontakt med de olika ämnesområdena. Boken ger dock en klar bild av de viktigaste fysikaliska principerna inom den klassiska teorien, och den kan därför rekommenderas vid ett första studium av den matematiska fysikens metoder.

Per-Olov Löwdin.

Richard Courant och Herbert Robbins, *What is Mathematics?* Oxford University Press, 3:rd Ed., New York 1946, Pp. 521, $ 5.00.

Detta är den bästa »populära» matematikbok anmälaren hittills sett, varför den varmt rekommenderas. Den skänker ett överflöd av fakta och synpunkter på matematikens talsystem, geometri, topologi, differential- och integralkalkyl samt matematisk analys över huvud taget. Förf:s strävan har varit att bibringa läsaren en verklig förståelse av väsentliga matematiska begrepp. Boken är »populär» så till vida att den är skriven för allmänheten, för skolpojkar och lärare, för ingenjörer och filosofer. Man har dock varit angelägen om att ej hemfalla åt den farliga tendensen till att undfly all ansträngning. Av läsaren kräves en viss grad av intellektuell mognad och villighet att tänka litet på egen hand.

Bo Kjellberg.

Francis D. Murnaghan, *Introduction to Applied Mathematics.* John Wiley & Sons, Inc., New York 1948, Pp. X + 390, $ 5.00.

Denna bok är den första i en av förlaget annonserad serie i tillämpad matematik. Den vänder sig enligt förlagsreklamen till examinerade studenter och vetenskapsmän av olika inriktning. De förutsatta förkunskaperna torde motsvara svensk tvåbetygskurs i matematik.

De första kapitlen behandla vektorer, matriser och lineära vektorfunktioner. Författaren behandlar teorin för vektorer fram t. o. m. de vanliga differentialoperatorerna och integralsatserna. Dessa kapitel äro av introducerande karaktär och därför ur vissa synpunkter ofullständiga.

Vid behandlingen av Fourierserier i nästa kapitel förutsättas inga vidare integralbegrepp, utan författaren begränsar framställningen till styckvis kontinuerliga funktioner. Man kan ifrågasätta lämpligheten av att använda »converge» och »limit» avseende konvergens i medel utan att varje gång markera detta. (Är vidare formeln på sid. 71, rad 15 icke feltryck, så är det ett väl fult skrivsätt.) Detta kapitel avslutas med en trevlig skiss av teorin för lineära integraloperatorer och deras egenvärden. Efter ett avsnitt om kroklinjiga koordinatsystem är författaren framme vid differentialekvationsteorin.

Här exemplifieras variabelseparationsmetoden på Laplace's ekvation, och några elektriska problem behandlas, där författaren använder sig av inversion som avbildningsmetod. Dessa betraktelser leda naturligt till en behandling av Legendre's och Bessel's

differentialekvationer. I kapitlet om randvärdesproblem och Green's funktion saknar anmälaren en något utförligare behandling av förhållandena i flera dimensioner.

Det följande kapitlet om integralekvationer av Fredholmtyp innehåller en traditionell behandling av Fredholms satser och Hilbert-Schmidts lösningsmetod för Hermiteska kärnor. Variationskalkylen tages med sikte på den klassiska mekaniken; sedan läsaren förts fram till Hamilton-Jacobis ekvation, avslutas kapitlet med Liouville's teorem om fasrumsvolymen. Sist kommer ett kapitel om Laplace-transformation av ordinära differentialekvationer. Här leder naturligtvis inversionen till svårigheter, men författaren genomför en teori för lineära system med konstanta koefficienter.

Ett förvånande intryck göra de ymnigt förekommande »pekpinnarna». Texten flödar av inströdda »(why?)» och »try to grasp how remarkable this is». Författaren meddelar vidare en del av de senare använda satserna i form av övningsexempel, vilket naturligtvis kan leda till svårigheter. En brist är, att litteraturhänvisningar helt saknas.

Härav torde framgå, att författaren ej vänder sig till dem, som önska arbeta direkt med problem inom bokens ämnesområde. Som introduktion till läsningen av mer speciell litteratur (i förlagets serie eller annorstädes) kan boken emellertid rekommenderas.

Tord Ganelius.

Oystein Ore, *Number Theory and its History.* McGraw-Hill Book Company, Inc, New York, Pp. 370 + X, $ 4.40.

Boken grundar sig på föreläsningar för nybörjare vid ett amerikanskt universitet. För att kunna tillgodogöra sig innehållet behöver läsaren knappast mer än kunskaperna från vår realexamen. I regel förberedas satserna omsorgsfullt, ibland kanske allt för vidlyftigt, genom sifferexempel, innan förf. övergår till bevisen. Men innan ett kapitel är slut, har förf. hunnit med att ge en rikhaltig mängd fakta. Så t. ex. får man i kapitlen om primtal och tals faktorer lära känna Fermats och Eulers metoder att uppsöka ett tals faktorer, summan och produkten av ett tals divisorer, fullkomliga tal och vänskapliga tal, frågan om vilka tal av formen $2^{2^p}+1$ (Fermats tal) och 2^p-1 (Mersennes tal) som äro primtal, Eulers formel för antalet $\varphi(m)$ av de tal, som äro mindre än m och relativa primtal till m, antalet primtal under en given gräns m. m. Stort utrymme ägnas åt indeterminerade ekvationer och talkongruenser. Kongruensen $a^d \equiv 1 \pmod{m}$ med satserna av Fermat (m = ett primtal p och $d = p-1$) och Euler ($d = \varphi(m)$) behandlas

även jämte teorien för primitiva rötter till Fermats kongruens samt talens indices. Ett kapitel ägnas åt indeterminerade ekvationer av högre grad, ett annat åt Wilsons sats, och i samband därmed behandlas ett tals framställning såsom en summa av två kvadrater. Av särskilt intresse är, att förf. genomgående anlägger historiska synpunkter, även om man någon gång tycker, att han allt för mycket fördjupar sig i forna tiders talsymboliska vidskepligheter. Inledningsvis ges en framställning av talsystemets och talbeteckningarnas uppkomst.

Agne Wahlgren.

Francis Owen Rice - Edward Teller, *The Structure of Matter*, J. Wiley & Sons, New York 1949, Pp. 361, $ 5.00.

En översikt ges över kvantmekanikens fysikaliska och kemiska tillämpningar, såsom molekyl- och atomspektra, den kemiska bindningen m. m. Boken är huvudsakligen byggd på kvalitativa förklaringar, och förff. ha såvitt möjligt undvikit matematisk analys och presentera kvantmekaniska ekvationer och funktioner utan längre härledningar. Boken inledes med en sammanfattning av kvantteoriens grundbegrepp, vilken emellertid med nödvändighet blivit ganska kortfattad.

Efter en utmärkt framställning av väteatomens energinivåer och periodiska systemets uppbyggnad utgående från elementens elektrokonfiguration behandla förff. molekylers dipolegenskaper och därmed sammanhängande fenomen.

Huvuddelen av boken ägnas åt en ingående behandling av den kemiska bindningen samt av molekyl- och atomspektra. Den kemiska bindningen diskuteras utförligt med utgångspunkt från vätemolekylen, varvid olika teorier behandlas. Bindningskrafter i fasta ämnen ägnas ett särskilt kapitel, och med utgångspunkt från detta behandlas strukturen hos olika kristallgitter. I ett särskilt avsnitt jämföras metaller, halvledare och isolatorer och deras speciella elektriska egenskaper.

Efter två innehållsrika kapitel om molekyl- och atomspektra, där t. ex. även organiska föreningars färgegenskaper diskuteras, avslutas boken med en sammanfattning av atomkärnans egenskaper och olika typer av kärnreaktioner. Härvid beröres även materiens struktur i stjärnornas inre samt stjärnornas energialstring.

Boken har karaktären av en inledande översikt och innehåller icke referenser till originaluppsatser. Den är lättläst men torde fordra någon förkunskap om kvantmekanikens grunder.

Olof Beckman.

Otto Oldenberg, *Introduction to Atomic Physics.* McGraw-Hill Book Co. New York and London 1949, 373 s., $ 5.

Boken har skrivits på grundval av de föreläsningar över atomfysiken förf. hållit vid Harvard University. Den är avsedd för de amerikanska studenter, som genomgått de förberedande kurserna i fysik och kemi. Här motsvarar den väl närmast en kurs i atomfysik avpassad för lägre betyg i fysik i fil. kand.- och ämbetsexamen. Boken är upplagd i sju avdelningar; de fyra första och kortare utgöra en inledning, de tre sista omfatta själva atomfysiken. I de inledande kap. redogöres för hur kemin på 1800-talet ledde fram till atom- och molekyluppfattningen. Sedan behandlas gasernas uppbyggnad, elektricitetens och ljusets natur, allt sett ur atomfysikens synpunkt.

Den första avdelningen om själva atomfysiken ägnas åt strålningsfysiken. Här redogöres för den Bohrska atommodellen, nivåschemata och den karakteristiska röntgenstrålningen. De senaste atomteorierna och de mera komplicerade spektra äro inte diskuterade, då de kräva mer ingående matematiska härledningar. Den andra atomfysikavdelningen behandlar kärnfysiken: isotopien, den naturliga och artificiella radioaktiviteten samt den kosmiska strålningen. Här redogör förf. för de apparater som nu stå till kärnfysikens förfogande och givetvis för urans kärnklyvning med dess användning till atombomb och stapel. Den sista avdelningen är praktiskt taget bara ett omnämnande av vågmekaniken. Ett tillägg innehåller bland annat en samling demonstrationsexperiment och laboratorieförsök, varav dock flera kräva en så omfattande apparatur, att de i varje fall ej kunna utföras vid läroverken.

Förf. framhäver i förordet, att det viktigaste är att läsaren verkligen förstår de atomfysiska sammanhangen, inte bara blint tror, vad som sägs om dem. När en bok om dessa sammanhang skrives för ett stadium, där allt utom de enklaste matematiska hjälpmedlen är uteslutet, måste svårigheter uppstå. Dessa svårigheter ha i en del fall lett till förenklingar, i andra till uteslutningar av vissa problem. I de flesta fall har förf. dock bemästrat svårigheterna och klargjort sammanhangen. Klart framgår också hur de olika teorierna stöda sig på experiment, och hur tidigare teorier kullkastats av de nya rön, som vunnits genom upptäckter och bättre mätmetoder. En utmärkt repetition utgör det sammandrag som följer efter varje kapitel eller grupp av kapitel.

K.-G. Friskopp.

Louis de Broglie, *Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs.* Gauthier-Villars, Paris 1949, 208 s., 2500 fr.

Frankrikes ledande teoretiske fysiker har sedan 1934 med stor ihärdighet pläderat för en ny relativistisk teori för ljuset enligt vilken fotonen äger en från noll skild men mycket liten massa (säkert mindre än 10^{-45}, möjligen endast 10^{-65} gram). Denna teori hör, liksom raden av olika mesonteorier, med vilka den f. ö. har stora likheter, till den sorts teorier, som f. n. varken kan sägas vara helt acceptabla eller helt oförnuftiga. Detta arbete innehåller dels en sammanfattning och revision av nämnda fotonteori, dels en av denna oberoende framställning av teorien för superkvantisering samt slutligen tillämpningen av den sistnämnda teorien på förf:s fotonteori. Den som intresserar sig för den allmänna teorien för superkvantisering jämte tillämpningar inom elektrodynamik och partikelteori torde emellertid utan tvekan föredra G. Wentzels år 1943 utgivna Quantentheorie der Wellenfelder. *Nils Svartholm.*

E. A. Moelwyn-Hughes, *The Kinetics of Reactions in Solutions,* 2d Ed., Oxford University Press 1947, Pp. 424, 25 s. net.

En utförlig och rikt dokumenterad framställning av kemisk reaktionshastighet i lösning, grundad på kinetiska föreställningar, dvs. på uppfattningen av kemiska reaktioner, såsom orsakade av kollisioner mellan de reagerande ämnenas molekyler, och grundad vidare på Arrhenius' för just 60 år sedan givna exponentialformel för reaktionshastighetens temperaturberoende. Det är ett arbete som man inte läser utan en viss, dock ej alltför stor ansträngning, men lektyren är givande. Reaktionshastighet i lösning har varit ett omtyckt ämne för svensk forskning; såvitt jag kunnat finna har förf. ej citerat någon mer än Ölander — med vederbörlig uppskattning. *G. Starck.*

James B. Conant, *On Understanding Science. An Historical Approach.* Yale University Press, New Haven 1947, Pp. 145, $ 2.00.

Den forne kemiprofessorn, presidenten för Harvard-universitetet, som under världskriget blev chef för det amerikanska nationalförsvarets vetenskapliga forskning, söker här på historisk grund ge en framställning av vad som utmärker naturvetenskapligt tänkesätt. Han framhåller hur ny teknik förbättrar experimenteringskonsten, hur denna genom nya synpunkter utvecklas och hur dessa sedermera på olika sätt prövas och kontrolleras, så att slutligen därur framkommer en rikare och sannare uppfattning av vår materiella kultur, som blir var mans egendom och stimulerar hans tänkande.

Som exempel väljes från 1600-talet studiet av lufttrycket genom Galilei, Torricelli, Pascal, Guericke och Boyle samt från 1700-talet utforskandet av elektricitetens och förbränningens natur genom Galvani, Volta, Lavoisier och Priestley. Härvid diskuteras i detalj den taktik och strategi som forskningen följer, hur nya begrepp uppstå, hur hypoteser bli mäktiga hävstänger i framåtskridandet, kontrollexperimentens och de kvantitativa mätningarnas betydelse, samt hur ny teknik finner tillämpning inom ursprungligen helt skilda områden.

För den lärare som är intresserad av att söka bibringa sina elever — de må vara naturvetenskapligt eller humanistiskt inriktade — en uppfattning av vad som särskilt karakteriserar det naturvetenskapliga tänkandet blir boken en givande läsning.

E. Nordefeldt.

Ralph K. Strong, *Chemistry for the Executive. A Laymans Guide to Chemistry.* Reinhold Publ. Corp., New York 1946, Pp. 445, $ 6.00.

Författaren, professor i kemi samt huvudredaktör för Kingzetts Chemical Encyclopedia, har nedlagt mycken omsorg på denna stålliga bok, som riktar sig främst till industriledare, jurister, affärsmän och andra icke yrkeskemister, som önska få en mer ingående uppfattning av kemiens utveckling i vår tid. Den framföres i form av en serie dialoger mellan en sällsynt mångkunnig kemist och en synnerligen energisk intervjuare. Kemisten lämnar gedigna upplysningar inom den praktiska kemiens alla områden, illustrerade med livliga beskrivningar av framförda experiment, klara illustrationer och rikligt med tabeller. Han ger uttömmande besked rörande allt, som den vetgirige lyssnaren frågar om och som denne vid slutet av varje sammankomst antecknar i överskådlig form, varvid kemisten ofta bifogar ytterligare tabeller, kartor och litteraturanvisningar.

Samtalen behandla grundämnen, oxider, syror och baser, gaser och kemiska formler, reaktioner, lösningar och vätskor, kristaller och fasta ämnen, kolloider, jordskorpans mineralämnen, organiskt material, kolväten, syrets och kvävets roll i organiska ämnen, födoämnen, bränslen, metaller, syntetiskt material och kemiens ekonomiska betydelse.

Den stora mängd fakta som arbetet innehåller är överväldigande och ger även en yrkeskemist en mångfald nya kunskaper samt fullt tankearbete vid läsningen. Men för den som ej rädes intellektuell ansträngning kan boken rekommenderas som en guldgruva.

E. Nordefeldt.

W. H. Hatcher, *An Introduction to Chemical Science*, Sec. Ed., John Wiley & Sons, New York 1949. Pp. 449, $ 4.00.

En bok för sådana studenter, som läsa kemi utan att vara naturvetare! Författaren är professor i kemi vid McGill University i Montreal och vill här ge en inledning till kemien, som enligt hans åsikt bäst av alla naturvetenskaper passar att inskärpa metoderna i modern forskning och att visa tillämpningar i det dagliga livet. Boken behandlar därför principer, inte experiment och laboratorieteknik, ger grundläggande fakta utan att belasta den studerande med tekniskt vetande, som han aldrig får tillfälle att utnyttja.

Den allmänna kemien jämte elementär fysik har fått stort utrymme, under det att metallernas föreningar behandlas helt kort dels i en översikt över det periodiska systemet, dels i en avdelning om kemisk industri. Organisk kemi jämte födoämnenas och hushållets kemi omfatta väl en tredjedel av boken; dessa avdelningar anser jag vara bokens bästa. Moderna teorier om atombyggnad, kemisk bindning, elektrolyter m. m. omnämnas, men behandlas ganska flyktigt. Vart och ett av de 40 kapitlen avslutas med en god sammanfattning jämte frågor, som vanligt i amerikanska böcker utan svar, vilket är skada. Visserligen har jag kunnat klara de flesta, men det är intressant att veta, vilket svar författaren tänkt sig.

Rekommenderas som en innehållsrik och underhållande lektyr.

Bertil Englund.

Jacob Berzelius, *Reiseerinnerungen aus Deutschland*. Verlag Chemie, Berlin 1948, 71 s., kr 3:—.

Urval och översättning av dessa brev och reseanteckningar av Berzelius hand har gjorts av tyske lektorn G. Klingemann i Stockholm med anledning av hundraårsminnet av B:s död, och han bidrar dessutom med en sympatisk introduktion.

Berzelius, som mellan åren 1819 och 1845 upprepade gånger besökte Tyskland och där rönte stor uppskattning samt bl. a. blev erbjuden en professur i Berlin, berättar här om sin samvaro med Goethe — som med intresse såg B. demonstrera blåsrörets handhavande — Humboldt, Schlegel, Mitscherlich, Rose och andra vetenskapens spetsar och högt uppsatta personer. Han beskriver livligt och humoristiskt sin första färd med järnvägståg — hastigheten var två och en halv mil i timmen — underliga metoder att söka bota sjukdomar, besök vid hälsobrunnar, gruvor, mineralfyndigheter och sevärda platser, bl. a. Lutherrummet i Wartburg,

där han blev erbjuden att medtaga en bit av L:s skrivbord som minne, samt händelser och intermezzon av mångahanda slag.

Boken avslutas med Wöhlers målande berättelse om sina högt skattade studieår hos B. i Stockholm och om de resor i Sverige och Norge som de tillsammans gjorde och varvid de bl. a. sammanträffade med Örsted och med Davy, vilken dock till deras besvikelse mer intresserade sig för laxfiske och fågeljakt än för att samtala om fysik och kemi.

Den lilla boken — till vilken fogats ett fotografi av B. från hans senare år — ger en åskådlig bild av dessa tiders olikheter mot vår egen samt påvisar B:s anspråkslöshet och hjärtegodhet och den starka vänskap som förband honom med de tyska naturforskarna.

E. Nordefeldt.

Bonniers Konversationslexikon, Bd XIV. Stockholm 1948.

Bandet omfattar *Ulan — Ö. Ä.*, upptager 1720 spalter och är illustrerat med 595 textbilder jämte 22 planscher, kartor o. a. bilagor. Bland naturvetenskapliga artiklar av intresse må nämnas: *Uran, Uranreaktor, Urin* (analysen anger 1,8 g svavelsyra per l, beräknad som S_2O_3!), *Urladdningsfenomen, Valens, Vanadin* (»är i sina föreningar 3- el. 5 värt»; även föreningarna VCl_2 och VCl_4 lära förekomma!). *Vatten* (uppgiften om den tyska hårdhetsgraden, »motsvarande 10 g kalk el. 14 g magnesiumkarbonat per m^3», torde bero på ett missförstånd; i verkligheten svarar 14 g CaO mot 10 g MgO, och det är *icke* den *tyska* men väl den *franska* hårdhetsgraden, som anknytes till *karbonater*; slutligen verkar det störande att skriva *avhårdning* i st. f. *avhärdning*). *Vektor, Verkningstvärsnitt* (ordet »ett gammakvant» verkar mindre lyckat). *Vinkel, Viskocitet, Vismut, Volfram, Vågmekanik, Vågrörelse, Värme, Väte* (»... består av 3 isotoper: ... tritium»; enär tritium är instabilt och endast kan erhållas artificiellt, är det knappast lämpligt att säga, att väte normalt delvis består av tritium). — Namnet *Oxygenol* är ett inregistrerat varumärke och icke det kemiska namnet på 3 % vätesuperoxid). *Xylokain* (i den kem. formeln står 2,6, bör vara: 2,6). *Ytspänning, Zink* och *Zinkföreningar, Zirkonium, Ånga, Äggviteämnen.*

Med detta band avslutas det egentliga uppslagsverket. Ett supplementband, som avser att komplettera verket, ställes i utsikt. Det hälsas välkommet till att mera fullständigt beakta de förslag till rättelser, som under årens lopp framförts i Elementa.

J. Tandberg.

Råvaror och material. Lexikon för affärslivet och industrin. Redigerad av C. A. Strömberg. — Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1948. Del I, 720 s. Klotband kr 60: — per del (komplett i 2 delar).

Här föreligger en materialhandbok av en ny typ, som vi icke tidigare haft tillgång till. Den fullständiga handboken beräknas omfatta ca 6500 uppslagsord. Alla uppgifter äro signerade och ha lämnats av svenska fackmän och specialister. Redaktören har sammanhållit det hela, placerat beställningarna och varit noga med att få fram det bästa möjliga. Råvarornas namn angivas även på engelska, tyska, franska och spanska, stundom även på latin. Deras nummer i tulltaxan, pris vid angiven tidpunkt, världsproduktionens storlek och förbrukningen i Sverige angivas, och dessutom givetvis behövliga kemiska och fysikaliska data. Varans förekomst, framställning, energiåtgång vid framställningen m. fl. värdefulla data angivas, där så är av intresse, ävensom en kortfattad historik.

Vi kunna taga ett konkret exempel, som just varit aktuellt för anmälaren. Det gällde att snabbt skaffa uppgifter om *Bentonit.* Nordisk Familjebok, Svensk Uppslagsbok, Norstedts Uppslagsbok och flera kemiböcker lämnade ingen upplysning. Men föreliggande lexikon redogör på 1,7 spalter för allt väsentligt om denna tekniskt viktiga lerart, dess säregna kemiska och fysikaliska egenskaper, dess oljerenande förmåga, dess användning i gjuteriernas formsand, som dispergeringsmedel, skyddskolloid, förtjockningsmedel, tätningsmedel, etc. Vidare användningen inom elektroindustrin, till kosmetiska och farmaceutiska preparat m. m. En hel liten monografi. Exemplen skulle kunna mångfaldigas.

Jag anser att uppslagsboken har en given plats i varje läroverks bibliotek. Det kan t. ex. vara behövligt att i samband med förberedelser till en kemilektion skaffa upplysningar om vissa ämnens användning inom teknik och industri. Allt av vikt får man veta snabbt, bekvämt, koncist. Vill man veta ännu mera, finnes en 18 spalter lång förteckning över speciallitteratur att följa.

J. Tandberg.

Recensenter i detta häfte: assistent O. Beckman, Uppsala; lektor B. Englund, Uppsala; assistent K.-G. Friskopp, Uppsala; fil. lic. T. Ganelius, Stockholm; docent B. Kjellberg, Uppsala; docent Per Olov Löwdin, Uppsala; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; lektor G. Starck, Stockholm; docent N. Svartholm, Stockholm; prof. J. Tandberg, Stockholm; lektor A. Wahlgren, Stockholm.

Gradualavhandlingar. [1]

Torbjörn Ljunggren, *Contributions to the Theory of Diffraction of Electromagnetic Waves by Spherical Particles:* I. Arkiv för matematik, astronomi och fysik, Bd 36 A, no 14, 1948. II. Arkiv för fysik, Bd 1, no 1, 1949. Disp. i Uppsala den 19 mars 1949. Opponenter: docent P.-O. Löwdin och fil. kand. Per Svenonius.

Det problem som behandlas i dessa skrifter är följande: En plan monokromatisk, elektromagnetisk våg infaller mot en homogen sfär. Den av sfären spridda strålningen skall beräknas på stora avstånd från sfären för det fall att ϱ, som betecknar det med 2π multiplicerade förhållandet mellan sfärens radie och strålningens våglängd, är ett stort tal. Asymtotiskt, för $\varrho \to \infty$, kan detta klassiska problem behandlas med den geometriska optikens metoder, och från denna utgångspunkt har bl. a. regnbågsproblemet och spridningen i framåtriktningen tidigare undersökts. Vid en fullständig behandling måste dock vågoptikens metoder användas, och därigenom leder problemet till en undersökning i ett speciellt fall av övergången från vågoptik till geometrisk optik.

Den stränga lösningen till det vågoptiska problemet angavs redan 1908 av Mie i form av en serieutveckling. Denna är lämplig för diskussion för det fall, att ϱ är ett litet tal, trots termernas komplicerade struktur, men förlorar för växande ϱ all praktisk användbarhet i sin ursprungliga gestalt. I avhandlingen transformeras nu uttrycken med hjälp av en modifierad Poisson's formel till för diskussionen av fallet $\varrho \to \infty$ mera lämpad form. De integraler, som härvid uppkomma, behandlas med sadelpunktsmetoden. Just denna metod möjliggör en i detalj gående korrespondensmässig tolkning av uppkommande uttryck. Den terminologi som därvid användes är hämtad från den geometriska optiken. För regnbågsproblemet erhålles härigenom en teori, som är mera tillfredsställande än den klassiska både vad gäller metodik och resultat.

I avhandlingens andra del behandlas utförligt den spridda strålningen nära framåtriktningen och erhållas vissa beriktiganden av resultat erhållna tidigare med geometriskt optiska metoder. Denna undersökning har särskilt intresse med hänsyn till en ofta använd metod att bestämma partikelstorleken i dimmor.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Björn Bruno, *The Capture of Mesons.* Två uppsatser (Ark. f. Mat. Astr. o. Fys. Bd 36 A, Nr 8, 1948 och Ark. f. Fys. Bd 1, Nr 2, 1949). Disp. vid Stockholms Högskola den 2 april 1949. Opponenter: prof. Lamek Hulthén och mag. scient. Jens Lindhard.

I avhandlingen studeras processer, genom vilka mesoner kunna infångas av atomkärnor. Mesonerna antas ha stark direkt växelverkan med kärnmaterien, och undersökningen gäller därför närmast de tunga mesonerna, de s. k. π-mesonerna, vilkas massa enligt de senaste resultaten i Berkeley är ung. 285 elektronmassor. Då positiva mesoner till följd av repulsionen från de positivt laddade kärnorna i allmänhet ej hinna infångas, innan de sönderfalla, betraktas huvudsakligen negativa mesoner. Till grund för beräkningarna ha lagts en α-partikelmodell för kärnan.

Vid infångningen av en negativ meson omvandlas en proton i en neutron. Två konkurrerande processer behandlas. I den första upptas hela energien, som approx. är lika med mesonens vilenergi (146 MeV), av neutronerna och protonerna i kärnan. I den andra emitteras ett ljuskvantum, som tar med sig större delen av energien, så att kärnan blir relativt svagt exciterad (excitationsenergi ≈ 10 MeV). Experimentellt kan man skilja på processerna, då den förra i allmänhet ger upphov till en »stjärna» i en fotografisk emulsion, medan den senare vanligen inte alstrar en sådan. Experimenten visa, att den första processen dominerar. Enligt författarens beräkningar skulle man snarast vänta sig motsatsen. Man får emellertid komma ihåg, att alla uppskattningar måste vara rätt osäkra till följd av teoriernas ofullkomlighet och vår bristande kunskap om atomkärnornas struktur.

Beräkningarna skilja sig väsentligt från tidigare sådana i följande hänseenden. Vid behandlingen av den förstnämnda processen har man tidigare använt en enpartikelmodell för den infångande protonen. Här användes en flerpartikelmodell. Uppskattningarna bli härigenom säkrare. Dessutom uppträda effekter — av stor betydelse i fallet av skalära mesoner —, som försummas vid användningen av en enpartikelmodell.

Vid tidigare räkningar på processen med fotoemission har man behandlat den infångande protonen som fri. Författaren visar, att bindningen ej kan försummas, och uppskattar dess inflytande på infångningssannolikheten vid olika mesonteorier. Dessa uppskattningar kunna tillämpas även på andra processer av liknande slag.

Per-Axel Lagerqvist, *Kurze Zusammenfassung von gravimetrischen Experimentaluntersuchungen,* I. Empfindlichkeitssteigerung des astasierten Pendelgravimeters zwecks Beobachtung der Gezeitenschwankungen der Schwerkraft (Kungl. Sv. Vetensk.akad. arkiv för mat., astr. och fysik. Bd 28 A, n:o 7, 1942). II. Einige Experimentaluntersuchungen zur Gravimetrie (Ibid. Bd 36 A, n:o 12, 1948). Disp. vid Stockholms Högskola den 12 mars 1949. Opponent: professor G. Ising.

I. För uppmätning av de tyngdkraftsdifferenser som förorsakas av månens och solens ebb- och flodverkan användes en astatiserad kvartspendel, som bestod av en pendelstav, vars nedre ände insmälts mellan två sträckta torsionstrådar. Genom observation av pendelns inställning i jämviktslägen, då tyngdkraftsmomentet hölls i jämvikt av torsionstrådarnas direktionsmoment, erhöllos tyngdkraftsdifferenser.

Med två pendeltyper (jämvikten stabil resp. labil, då pendelns tyngdpunkt befann sig i vertikalplanet genom torsionstrådarna) utfördes okulära observationer under ett par dygn i följd. Kurvorna över tyngdkraftsvärdena visade hel- och halvdagsperioder med amplituder av ung. 0,1 mgal. Till instrumentet med labil pendel utarbetades även en automatisk registreringsanordning, som vid provmätningar under några dygn visade liknande resultat som de okulära observationerna.

II. I den andra uppsatsen redogöres för en ny gravimeterkonstruktion, med vilken variationer i tyngdkraften bestämdes genom observation av motsvarande differenser i en vätskas stighöjd i ett kapillärrör. Vid de utförda försöken användes fotogen i ett slutet rörsystem, vilket var så dimensionerat, att nivån för menisken i kapillärröret så nära som möjligt hölls konstant vid varierande temperatur genom att volymsökningen vid temperaturstegring kompenserades av stighöjdens samtidiga minskning på grund av kapillaritetskonstantens temperaturberoende. Stighöjdens variationer uppmättes med en ultramikroskopisk observationsmetod.

Vid provmätningar gav instrumentet ett medelfel av 0,2—0,3 mgal i medelvärdet av 6 observationer. Instrumentet avprovades även, sedan det försetts med kardanupphängning, ombord på ett fartyg under gång. Härvid erhölls ett medelfel av ung. 3 mgal i medelvärdet av 6 observationer. Instrumentets dämpning var dock icke fullt tillfredsställande, men torde i ett nytt instrument kunna ökas.

I denna uppsats ingår vidare några allmänt lagda undersökningar avseende temperaturkompensation av elastiska gravimetersystem.

GÖSTA BROGREN, *Investigations into X-Ray Absorption Spectra of Rare Gases.* Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis ser. IV, vol. 14, N:o 4, 1949, 64 s. Disputation vid Uppsala universitet den $^5/_2$ 1949. Opponenter: laborator ARNE E. SANDSTRÖM och fil. mag. OLOF BECKMAN.

De senaste årens framsteg inom röntgenspektroskopiens område, speciellt införandet av Geiger-Müller-röret för registrering av strålningsintensiteten, ha möjliggjort noggranna undersökningar även inom områden, där intensiteten och intensitetsvariationerna äro små. De gasformiga ämnenas absorptionsspektra ha dock fortfarande varit svåråtkomliga, då dessa i stor utsträckning falla inom våglängdsområden, där absorptionen i gaskamrarnas fönster är mycket stor. Författaren har därför prövat en helt ny metod. Genom att innesluta den gas, vars absorption skulle undersökas, direkt i Geiger-Müller-röret kunde betydande experimentella fördelar vinnas. De båda fönstren i absorptionskammaren elimineradés, och genom att fylla G-M-röret i vakuum inne i spektrometern kunde hinnor av mycket ringa tjocklek (0,2 μ) användas som fönster. Härigenom möjliggjordes undersökningar inom den extremt mjuka röntgenstrålningens område.

Med denna metod ha ädelgasernas röntgenabsorptionsspektra inom området 800—14 500 X. E. (0,8—14,5 Å. E) undersökts. I de fall absorptionskanterna åtföljas av en finstruktur har denna analyserats. I denna uppträdande absorptionsmaxima ha visat sig bero på övergångar till yttre optiska nivåer.

Tidskrifter.

Populär astronomisk tidskrift, 1949: 1—2.

Ur innehållet: Å. WALLENQUIST, Astrofotometri med elektronmultiplikator; R. SCHÖLDSTRÖM, Drivverk för teleskop; H. O. GRÖNSTRAND, Den gröna strålen; C. LÖNNQVIST, Månraketproblemet; A. GRABE, Om beräkning och amatörmässig framställning av aplanatiska kikarobjektiv; J. ROSENHAGEN, Om nya metoder och instrument i nautisk astronomi.

Tellus, Stockholm, Vol. I: 1, febr. 1949 (se Elementa, *32,* 62, 1949).

Ur innehållet: H. PETTERSSON, Geochronology of the Deep Ocean Bed; O. RYDBECK and L. STRANTZ, Ionospheric Effects of Solar Flares 1948; E. PALMÉN, On the Origin and Structure of High-Level Cyclones South of the Maximum Westerlies; T. BERGERON, The Problem of Artificial Control of Rainfall on the Globe; H. NYBERG, An Aerological Study of Large-Scale Atmospheric Disturbances; C. G. ROSSBY, Dispersion of Planetary Waves in a Barotropic Atmosphere.

IVA, 1948: 6; 1949: 1.

Ur innehållet: Verkställande direktörens rapport vid Ingenjörsvetenskapsakademiens högtidsdag, 25. 10. 1948. Den ger en översikt av det tekniskt-vetenskapliga forskningsarbetet i in- och utlandet under senaste tid, är försedd med omfattande litteraturanvisningar och är synnerligen läsvärd. — De fasta ämnenas kemi; The drying of pitballs; Klordifenyl, egenskaper, användning framställning; Notiser.

Populär radio, 1949: 3—5.

Ur innehållet: Radio-faksimil; Förenklad förstärkarberäkning; Svensk-byggd cyklotron; Förnickling och försilvring; Televisionens utveckling i USA.; Ledningsberäkning med hjälp av cirkeldiagram; Amerikanska magnetofoner; Keramiska nålmikrofoner; Kvalitetsförstärkare.

Nordisk Astronomisk Tidsskrift, København 1948: 4; 1949: 1—2.

Ur innehållet: B. J. Bok, Mælkevejens centrum; B. Strömgren, Indtryk fra amerikanske observatorier; F. Hjerting, Radar iagttagelser af meteorer og nordlys; B. Lindblad, Östen Bergstrand; P. M. Merrill, Jern i stjernerne; M. Rudkjøbing, En vekselvirkning mellem stjerner og interstellart stof; H. Q. Rasmusen, Stjernetidstabell; H. Dahlerup-Petersen, Schmidt-teleskopet som amatørinstrument.

Fysisk Tidsskrift, København, 1948: 5—6.

Ur innehållet: H. Lund, Kulhydrater; H. Lund, Nyere alifatisk kemi; N. Clauson-Kaas, Den organiske kemis arbejdsmetoder; E. Buch Andersen, Raketteori, Rumfart. Under rubriken »Fysik i Skolen»: Uheld og farer; Omformere til elevforsøg i mellemskolen; Ultrakorte elektromagnetiske bølger; Bestemmelse av g med fysisk pendel; Vekselstrøm med selvinduktion og ohmskt modstand i serie; Keplerellipsen; Vandets utvidelsekoefficient; Et apparat til kræfters sammensætning.

Science Progress, London, April 1949.

Ur innehållet: The Solvations of Colloids; The Structure of Liquids; Recent Developments of Palæobotany; Science and Professor Bernal; Electrostatic Generators. Recent Advances of Science: Astronomy, Physics, General and Physical Chemistry; Biochemistry; Geology etc.

Discovery, London 1949: Febr., March, April.

Ur innehållet: Einstein is Seventy; Progress in Jets; The World Power Situation; Science and the Prepared Mind; The Commonsense of Relativity; Sir Ben Lockspeiser; The Atomic Clock; Tasting and Smelling; Rockets Ahead; Australia's Rocket Range; Animal Light. Notiser och recensioner.

British Science News, Vol. II: 16—18, 1949.

Ur innehållet: Sir Harold Spencer Jones; Sir Charles Darwin; Sir Ben Lockspeiser; An Observational Basis for the Solar Origin of Geomagnetic Storms; The Radcliff Observatory; Viruses; The Fraser Hydraulic Clutch; A Liquid Surface Interferometer; A Mobile Acustical Laboratory; Diffusion in a Two-phase Alloy; Aerial Survey Applied to Geological Mapping; Power System Analysis; Phonic Motors for Quartz Clocks; Drying from the Frozen State; The Science Museum, London. Notiser och bokanmälningar.

Problemavdelning.[1]

Matematiska uppgifter.

1634) *En rätvinklig triangel har den räta vinkelns spets i origo, de andra hörnen på kurvan* $y^2(1-3x) = x^3 - x^2$. *Visa, att orten för höjdens fotpunkt på hypotenusan är en cirkel.* *X.*

1635) *Alla klot, som gå genom tyngdpunkten i en tetraeder och tre av hörnen, ha samma potens i det fjärde.* *X.*

1636) *Om sidorna i en plan eller skev fyrhörning äro a, b, c och d samt »diagonalerna» e och f, så är* $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geqq e^2 + f^2$. *När råder likhet?* *N. J.*

Enklare matematiska uppgifter.[2]

1637) Vid foten av en rak backe invid en sjö står en flaggstång. När solen står i backens vertikalplan, erhålles en direkt skugga på backen och en annan dylik av strålar, som reflekterats i vattenytan. Sök förhållandet mellan skuggornas längd, om backens lutning är α och solens höjd β, där $\alpha > \beta$.

Svar: $\sin(\alpha - \beta) : \sin(\alpha + \beta)$.

1638) Ett antal personer (n st.) skulle mottaga en penningbelöning. De ordnades slumpvis i två grupper. Varje person fick lika många kronor som det fanns medlemmar i hans grupp. Det visade sig, att den utbetalade summan blev den minsta möjliga. Hur stor var denna summa?

Svar: $n^2 : 2$ kr, om n var ett jämnt, men $(n^2 + 1) : 2$, om det var ett udda tal.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

[2] Uppg. 1637—1638, 1643 äro insända av *T. Edqvist*, 1639 av *S. B.*, 1640—1641, 1648 av *X.*, 1642, 1647 av *B. Svenonius*, 1644—1646 av *P. G. Ljungfors.*

1639) Basytan i en pyramid är en rektangel. Sidokanterna äro i ordning a, b, c och d. Visa, att $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

1640) I triangeln ABC är $\cos A = \cos B + \cos C$. Visa, att $R = r_a$.

1641) Visa, att i varje triangel är $(r_a - r) : (r_a + r) = \sin \frac{1}{2}A : \cos \frac{1}{2}(B - C)$.

1642) Ett plan skär en regelbunden tetraeders sidokanter, så att avskärningarna från toppen räknat äro 1 cm, 2 cm och 3 cm. Beräkna vinkeln mellan det skärande planet och tetraederns bottenyta.

Svar: 42,83°.

1643) Linjerna $x = 0$, $y = 0$, $x = p$ och $y = q$, där p och q betyda hela positiva tal, begränsa en rektangel. Genom linjer, parallella med axlarna, uppdelas rektangeln i pq kvadrater. Varje kvadrat är belagd med en massa, som kan skrivas $ax_m + by_m$, där x_m och y_m betyda koordinaterna för kvadratens mittpunkt. Beräkna massan för hela rektangeln.

Svar: $\frac{1}{2}(ap^2q + bpq^2)$.

1644) I en ellips med excentriciteten e synes storaxeln från en parameterändpunkt under vinkeln v. Visa, att $e^2 \cdot \operatorname{tg} v + 2 = 0$.

1645) En kvadrat har två närliggande hörn på linjen $y = x$ och ett hörn på y-axeln. Sök orten för det fjärde hörnet, då kvadratens storlek varierar.

Svar: Linjerna $y = 3x$ och $y = -x$.

1646) Hyperblerna $x^2 - y^2 = \pm a^2$ äro givna. Bestäm parametern i en parabel, som går genom fyra på samma sida om den ena av hyperblernas axlar belägna parameterändpunkterna.

Svar: $a(\sqrt{2} + 1)$.

1647) Sök orten för basens ändpunkter i en likbent triangel, i vilken den omskrivna cirkelns medelpunkt och tyngdpunkten intaga fixa lägen.

Svar: Med medelpunkten i origo och tyngdpunkten i $(a; 0)$ är ortens ekv. $3(x - 2a)^2 - y^2 = 3a^2$.

1648) Man har ett 5π m långt rep med en löpande ögla i ena ändan och vill med detta kasta lasso kring en lodrät cylinder med 1 m basdiameter. Hur långt från cylinderns axel får man högst ställa sig, om det skall finnas en teoretisk möjlighet att lyckas?

Svar: $25\pi : 6 = 13{,}1$ m.

Lösn. till uppg. 1604—1606.

1604) *Ekvationssystemet*

$$a : x + b : y + c = 0 \qquad (1)$$
$$a(b-c)^2 x + b(c-a)^2 y + c(a-b)^2 = 0 \qquad (2),$$

där 0, a, b, c äro distinkta tal, har dubbellösning, emedan (2) betyder tangenten till hyperbeln (1) i en viss punkt. Vilken? X.

Om tangeringspunkten är $(x_1; y_1)$, blir tangentens ekvation $ax : x_1^2 + by : y_1^2 + c = 0$. Identifieras denna med (2), erhålles $a : x_1^2 = a(b-c)^2 : (a-b)^2$ och $b : y_1^2 = b(c-a)^2 : (a-b)^2$, varav $x_1 = \pm (a-b) : (b-c)$ och $y_1 = \pm (a-b) : (c-a)$. Endast de övre tecknen kunna godtagas.

Löst av *K. Bockasten, A. Sandelin, E. R. Leranto, B. Estberger.*

1605) *Bestäm koefficienterna a och b så, att ekv.* $\sin 3x = a \sin x + b \cos x$ *satisfieras av* $x_1 = 45°$ *och* $x_2 = 30°$. *Angiv den fullständiga lösningen.* X.

Man får $a = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3})$, $b = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$ och således $\sin 3x = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}) \sin x + \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}) \cos x$ eller $\sin 3x = \sin (60° + x) + \cos (60° + x)$. Efter överflyttning och förvandling till produkt: $2 \cos (2x + 30°) \sin (x - 30°) = \cos (60° + x) = -\sin (x - 30°)$, varav $x_1 = 30° + n \cdot 180°$ och $2x + 30° = \pm 120° + n \cdot 360°$, dvs. $x_2 = 45° + n \cdot 180°$ och $x_3 = -75° + n \cdot 180°$.

Löst av *K. Bockasten, A. Sandelin, E. R. Leranto, B. Estberger.*

Den fullständiga lösningen ovan fås direkt ur satsen: För varje ekv. av formen $\sin 3x = a \sin x + b \cos x$ med tre reella lösningsserier är $x_1 + x_2 + x_3 = n \cdot 180°$. Antag, att $F_n(X, Y)$ är ett *homogent* polynom av graden n i $X = \cos x$, $Y = \sin x$. Man kan då (enligt faktorteoremet) skriva $F_n(X, Y) \equiv K \prod_1^n (Y \cos x_r - X \sin x_r)$, där $x_r + n \cdot 180°$ $(r = 1, 2 \ldots, n)$ äro lösningar till ekv. $F_n(\cos x, \sin x) = 0$; de liksom $K \neq 0$ förutsättas reella. Härav följer: $F_n(1; i) = K \cdot i^n [\cos (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) + i \sin (x_1 + x_2 \ldots + x_n)] = R + iI$, där R är den reella, I den imaginära delen av $F_n(1; i)$. Om n är ett jämnt tal, fås nu $\operatorname{tg} (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = I : R$ och om n udda $\operatorname{tg} (x_1 + x_2 + \ldots + x_r) = -R : I$ eller sammanfattat $\operatorname{tg} (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = (-1)^n \cdot [I : R]^{(-1)^n}$. I vårt fall är $n = 3$, $F_3(X, Y) \equiv [(X + iY)^3 - (X - iY)^3] : 2i - (X^2 + Y^2)(bX + aY)$, $F_3(1, i) = 4i$, $R = 0$ och

$\operatorname{tg}(x_1 + x_2 + x_3) = 0$, vilket bevisar den åberopade satsen. Sådana $F_n(X, Y)$ äro alla $\cos nx$ och $\sin nx$; tillhörande $F_n(1, i)$ äro 2^{n-1} resp. $i \cdot 2^{n-1}$. Andra ex.: Stud.uppg. aug. 1942: Lös ekv. $\sin^4 x + \cos^4 x - \sin 4x - \cos 4x = 0$. $x_1 = 0°$, $x_2 = 90°$, $x_3 = x$, $x_4 = x + 90°$, $R + iI = 1 + 1 - 8i - 8 = -6 - 8i$, varav $\operatorname{tg}(0° + 90° + 90° + 2x) = 4/3$, så att $\operatorname{tg} 2x = 4/3$ ger x_3 och x_4. Stud.uppg. mars 1946: Lös ekv. $(\sin x + \cos x)^3 - \sin 3x - \cos 3x = 0$. $x_1 = 0$ satisfierar både den givna ekv. och $3(\sin x + \cos x)^2(\cos x - \sin x) - 3\cos 3x + 3\sin 3x = 0$, som fås genom derivering av vänstra ledet. Alltså är $x_1 = x_2 = 0$ dubbelrot. $R + iI = (i + 1)^3 - 4i - 4 = -6 - 2i$, varav $\operatorname{tg}(0° + 0° + x_3) = -3$. *X.*

1606) *Bestäm villkoret för att i triangeln ABC medianen från A, höjden från B och bissektrisen från C skära varandra i en punkt.* *N. J.*

Höjden från B delar CA i förhållandet $\cot C : \cot A$ från C räknat. Bissektrisen från C delar AB i förhållandet $AC : BC = \sin B : \sin A$ från A räknat. Enl. omvändningen av Cevas sats fås $\cot A \cdot \sin A = \cot C \cdot \sin B$ eller $\cos A = \sin B \cot C$, som är villkoret. *X.*

Även löst av *B. Estberger, A. Sandelin, K. Bockasten, E. R. Leranto.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen.

Mars 1949.

Matematiska uppgifter för latinlinjen.

1. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} xy - y^2 = 1, \\ x^2 + 2y^2 + xy = 8. \end{cases}$$
2. En likbent triangel är inskriven i en cirkel. Den diameter, som är parallell med triangelns bas, delar var och en av de lika stora sidorna i förhållandet 1 : 3. Hur stor del av cirkelns yta upptages av triangeln?
3. I en konvergent oändlig geometrisk serie är andra termen 1 och summan av de tre första termernas kvadrater $3\,{}^{25}/_{36}$. Bestäm den oändliga seriens summa.

4. I triangeln ABC är vinkeln A 59,08° och sidan AB 2 cm. Bissektrisen till vinkeln A råkar sidan BC i punkten D. Beräkna triangelns obekanta vinklar, om bissektrisen AD är 3 cm.
5. De båda icke parallella sidorna i ett parallelltrapets, vars omkrets är 32 cm, förlängas, tills de råkas. De ha då förlängts 6 cm respektive 8 cm. Ytan av den utanför trapetset belägna triangeln är $^4/_5$ av trapetsets yta. Beräkna trapetsets sidor och spetsiga vinklar.
6. I en triangel delas en sida av tangeringspunkten för den vidskrivna cirkeln i delarna 6 cm och 8 cm. Cirkelns radie är 12 cm. Beräkna radierna i de övriga vidskrivna cirklarna.
7. En rätvinklig triangels sidor äro $AB = 15$ cm, $AC = 12$ cm och $BC = 9$ cm. Från en punkt D på hypotenusan AB, så belägen att AD är större än halva AB, drages transversalen DE parallell med BC och transversalen DF parallell med AC, och från E drages transversalen EG parallell med AB. Undersök och åskådliggör grafiskt, hur ytan av parallelltrapetset $DEGF$ varierar, när AD ändras. Endast den del av motsvarande kurva skall uppritas, som anger parallelltrapetsets yta. Bestäm särskilt det största värde, som denna yta kan anta.
8. AB är diameter i en cirkel med medelpunkten O och radien 2 cm, C och D äro mittpunkterna på radierna OA och OB. Från en punkt E på cirkelperiferien drages kordan EF genom D, och C sammanbindes med E och F. Bevisa, att summan av kvadraterna på sidorna i triangeln CEF alltid har samma värde, oberoende av var punkten E ligger på periferien, och ange detta värde.

Resultat: **1.**

x	2,5	−2,5	2	−2
y	0,5	−0,5	1	−1

2. $\sqrt{128} : 9\pi = 0{,}400$. **3.** 4,5 eller −0,9. **4.** $B = 112{,}42°$, $C = 8{,}50°$. **5.** De parallella sidorna äro 10 cm och 15 cm, de övriga 3 cm och 4 cm; spetsiga vinklarna 36,87° och 53,13°. (Topptriangeln är egyptisk.) **6.** 10,5 cm och 14 cm. Med sedvanliga beteckningar får man $12 = \sqrt{\frac{p \cdot 6 \cdot 8}{p - 14}}$ osv. **7.** När AD växer från 7,5 cm till 10 cm, växer ytan från 13,5 cm² till 18 cm² för att sedan avtaga till 0 för $x = 15$ cm. Om $AD = x$, blir $DE = 0{,}6x$, $CE = 12 - 0{,}8x$ och $CG = 0{,}6\ (15 - x)$, varav trapetsets yta = rekt. $CD - \triangle CEG = 0{,}72\ (x - 5)\ (15 - x) = 0{,}72\ [25 - (x - 10)^2]$ osv. **8.** Kvadratsumman är 26 cm². Använd median- och kordasatserna.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Allmän kurs.

1. I fyrhörningen $ABCD$ är $AB = AD = 4$ cm och $BC = CD = 5$ cm. Vinkeln A är $110°$. Beräkna den i fyrhörningen inskrivna cirkelns radie.
2. Ekvationerna för två sidor i en triangel äro $3y = x + 9$ och $y = 3x - 5$. Den tredje sidans mittpunkt ligger på x-axeln och höjdernas skärningspunkt på y-axeln. Vilken är den tredje sidans ekvation?
3. I en serie med första termen $= a$ är varje term med jämnt ordningsnummer $^1/_2$ enhet större än närmast föregående term och varje term med udda ordningsnummer $^1/_3$ enhet mindre än närmast föregående term. Summan av de 50 första termerna i serien är 150. Bestäm a.
4. I ett likbent parallelltrapets äro benen och den ena basen lika med 6 cm. Trapetset är inskrivet i en cirkel med radien 4 cm. Beräkna värdet av trapetsets yta, först exakt och sedan approximativt.
5. En sfär med radien a tangerar tre mot varandra vinkelräta plan. Genom de tre tangeringspunkterna lägges en cirkel. Bestäm denna cirkels radie och avståndet mellan dess medelpunkt och sfärens.
6. Lös ekvationen $\cot x + \cot 3x = \operatorname{tg} 2x$.
7. Bestäm konstanterna a och b i funktionen $y = ax^3 + bx^2$ så, att funktionskurvan går genom punkten $(2; -2)$ och dess normal i denna punkt går genom kurvans utanför origo belägna skärningspunkt med x-axeln. Konstruera därefter kurvan, samt bestäm normalens återstående skärningspunkt med kurvan.
8. A och B äro ändpunkterna av en rymddiagonal i en regelbunden oktaeder med kantlinjen a; C, D, E och F äro i ordning de övriga hörnen i oktaedern. Bestäm avståndet från en punkt P på kantlinjen BC till kantlinjen AD som funktion av sträckan BP:s längd. Utred därefter, hur nämnda avstånd varierar, när P rör sig från B till C, samt åskådliggör detta schematiskt i ett diagram. Ange särskilt eventuella maxima och minima.

Resultat: **1.** 2,21 cm. **2.** $x + y + 1 = 0$. **3.** $a = 0{,}75$. Termerna med udda och jämna ordningsnr bilda var för sig aritm. serier med diff. $^1/_6$ och första termerna resp. a och $a + 0{,}5$. **4.** Om de lika långa sidorna upptaga medelpktsv. $v (< 120°)$, blir ytan $0{,}5R^2 (3 \sin v - \sin 3v) = 2R^2 \cdot \sin^3 v$; cos. teor. ger $\cos v = -\frac{1}{8}$, varav $\sin v = \sqrt{63} : 8$ och ytan $189\sqrt{7} : 16 = 31{,}26$ cm². **5.** Radien och avst.

är resp. $a\sqrt{6}:3$ och $a\sqrt{3}:3$ längdenh. **6.** $90° + n \cdot 180°$; $\pm 30° + n \cdot 180°$; $\pm 54{,}74° + n \cdot 180°$. **7.** Kurvan, vars ekv. är $y = \frac{1}{4}x^3 - x^2$, har max. i $(0; 0)$ och min. i $(^8/_3; -^{64}/_{27})$. Återstående skärn.pkt är $(-2; -6)$. **8.** När BP växer från 0 till $2a:3$, avtar avståndet från a till $a\sqrt{6}:3$ för att sedan växa till $a\sqrt{3}:2$. Om projektionen av P på AB är Q, av Q på AD är R, så blir (med $PB = x$) $PQ = x:\sqrt{2}$, $RD = x:2$ och $RQ = AR = a - \frac{1}{2}x$, varav $\overline{PR}^2 = (a - \frac{1}{2}x)^2 + \frac{1}{2}x^2$ osv. (Rita kvadraten $ADBF$ i horisontalplanet.) — Min.avståndet är den gemensamma normalen till AD och BC, som är lika med avståndet mellan planen BCF och ADE, dvs. lika med det inskrivna klotets diameter.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Specialkurs.

1. Den räta linjen $3x - 3y + 1 = 0$ tangerar kurvan $9y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ i kurvans skärningspunkt med y-axeln. Kurvan har en inflexionspunkt i punkten $(2; {}^5/_9)$. Bestäm de i kurvans ekvation ingående konstanterna, och upprita kurvan i dess huvuddrag.
2. I ändpunkterna av parametrarna i ellipserna $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, där a är konstant men b kan ha olika värden mindre än a, dragas tangenterna. Dessa gå alltid genom den ena eller den andra av två bestämda punkter. Vilka äro dessa?
3. En hyperbel har medelpunkten i origo och transversalaxeln längs x-axeln. Diametern $x + 3y = 0$ och dess konjugatdiameter bilda 45° vinkel med varandra. Bestäm hyperbelns excentricitet.
4. Beräkna maximi- och minimivärdena av funktionen

$$y = \sin x - x \cos x.$$

   Konstruktion av motsvarande kurva erfordras icke men betraktas som en förtjänst.
5. I en godtycklig punkt på parabeln $y^2 = 4ax$ dragas tangenten och normalen. Även i normalens andra skärningspunkt med parabeln drages tangenten. Sök och konstruera i stora drag orten för skärningspunkten mellan de båda tangenterna.
6. Kring en ellips med halvaxlarna a och b, $a > b$, är en rektangel $ABCD$ omskriven. Bestäm förhållandet mellan sidorna AB och BC som funktion av den senare sidans vinkelkoefficient, och åskådliggör denna funktion grafiskt i stora drag.

7. Kurvan $y = \frac{(x-a)^2(x-b)^2}{x^3}$ råkar x-axeln i punkterna A och B. Kurvans ena asymptot går genom punkten $(b; 0)$. Visa, att A och B äro maximi- eller minimipunkter och att några ytterligare sådana punkter icke finnas på kurvan. Ange kurvans utseende i stora drag för de olika fall, som äro möjliga. Det är tillräckligt att upprita en kurva för positivt och en för negativt värde på a.

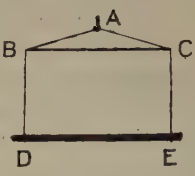
Resultat: **1.** $9y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$; max. i $(1; {}^7/_9)$, min. i $(3; {}^1/_3)$. **2.** $(0; \pm a)$. **3.** $\sqrt{15} : 3 = 1{,}291$. **4.** Pkt:a $(n\pi; n\pi)$ äro för udda n-värden max., om $n > 0$, min. om $n < 0$. Pkt:a $(n\pi; -n\pi)$ äro för jämna n-värden min., om $n > 0$, max. om $(n < 0)$; max. och min.-pkt:a ligga alltså på linjen $y = \pm x$. Origo, som är kurvans medelpkt, är en infl.punkt. **5.** Orten är $y^2 = -4a^3 : (x + 2a)$ med asympt. $x = -2a$ och $y = 0$, vilken senare är symmetriaxel. Ur ekv. för tg:a, $yy_1 = 2a(x + x_1)$ och $yy_2 = 2a(x + x_2)$ fås genom subtr. $y = 2a(x_1 - x_2) : (y_1 - y_2)$ eller $y = -2ak$, där k är vinkelkoeff. för den mot normalen vinkelräta tangenten, vars ekv. är $y = kx + a/k$; eliminera k. **6.** Om k är vinkelkoeff. för BC, får man (t. ex. ur tg:nas avst. från origo) förh. $f = \sqrt{a^2k^2 + b^2} : \sqrt{a^2 + b^2k^2}$, som växer monotont från b/a för $k = 0$ mot a/b för $k = \pm\infty$; f-axeln är symmetriaxel. Rektangelns diagonal är konstant, vilket underlättar diskussionen. **7.** Asymptoten $y = x - 2(a + b)$ går genom $(b; 0)$, om $b = -2a$. Kurvans ekv. är alltså $y = (x - a)^2 (x + 2a)^2 : x^3 \equiv (x^2 + ax - 2a^2)^2 : x^3$ och $y' = (x - a)(x + 2a)(x^2 - ax + 6a^2) : x^4$, varav påståendet framgår (enklast utan att beräkna y'').

Uppgifter i fysik.

Obs. Uppställda ekvationer böra motiveras, enheterna angivas och beteckningarna förklaras. Lösningarna till uppgifterna 4—8 böra åtföljas av enkla figurer. — Konstanter, som ej äro uppgivna i texten, hämtas ur formelsamlingen.

1. En flaska vägde tom 60 g och till brädden fylld med vatten 186 g. Den tillkorkades, varvid 1 cm³ vatten rann ut, avtorkades och insattes i ett kylskåp, där innehållet småningom frös till is. Man kunde nu möjligen tro, att flaskan skulle sprängas sönder; men när efter några timmar kylskåpsdörren öppnades, visade det sig, att flaskan hållit, men att i stället en ispelare sköt upp ur flaskan. Överst på denna satt korken. Vad vägde den ismängd, som trängt ut över flaskans överkant vid frysningen? Flaskans volym antages vara densamma hela tiden. Isens täthet är 0,91 g/cm³.

2. För att inlasta järnrör med en lyftkran upphängde man en stång BC under lyftkranens krok A medelst två linor AB och AC (se fig.). Från B och C nedhängde två praktiskt taget vertikala linor, vilka i sin tur uppburo järnrören DE. Stången BC var horisontell och vägde 30 kg. Järnrörens tyngdpunkt låg lodrätt under A; deras vikt var 500 kg. I figuren är $AB = AC = 10{,}4$ dm och $BC = 19{,}2$ dm. Beräkna spänningen i linorna AB och AC. Linornas vikt lämnas ur räkningen.



3. Vid en laboration ville man upptaga en isoterm för eterånga, d. v. s. en kurva, som anger, huru eterångans tryck beror av dess volym, om temperaturen hålles konstant. Eterångan var uppsamlad över kvicksilver i ett vertikalt, upptill slutet glasrör. Genom att trycka ned röret djupare i kvicksilvret kunde man minska eterångans volym och samtidigt på känt sätt bestämma dess tryck. Vid en viss temperatur erhöllos följande fem värdepar:

Volym	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	cm^3
Tryck	530	486	470	354	286	mm Hg

Vid de båda mätningar, där volymen var minst, kunde man se imma av kondenserad eter på rörets insida, och man hade därför väntat att finna samma tryck i dessa båda fall. Att det inte blev så, måste bero på att det kommit in litet luft i röret. Man kan emellertid av dessa båda mätningar beräkna luftens partialtryck vid volymen 1,00 cm^3 och sedan korrigera alla de uppmätta trycken genom att subtrahera det tryck luften utövar. Angiv eterångans verkliga tryck i de fem fallen och upprita den riktiga isotermen för eterångan.

4. Vid en fotokemisk undersökning ville man belysa en kuvett med ett parallellt ljusknippe av 2 cm diameter. Ljuset togs från en kraftig ljuskälla, som var inbyggd i en låda, i vars vägg en samlingslins med brännvidden 7 cm var infattad. Linsfattningens diameter var 6 cm, linsens avstånd från ljuskällan 12 cm. I det konvergenta ljusknippe, som utträder genom samlingslinsen, insköt man på lämpligt ställe en spridningslins, så att linsernas huvudaxlar sammanföllo. Huru stor brännvidd skall denna ha, för att knippet, sedan det passerat jämväl spridningslinsen, skall ha de önskade egenskaperna. Linserna antagas tunna, ljuskällan punktformig och belägen på huvudaxeln.

5. Ett system av två tunna samlingslinser, vardera med brännvidden 6,0 cm, begagnas som lupp, varvid ögat förlägger slutbilden mycket långt bort. Förstoringen m beror av avståndet d mellan linserna. Angiv m såsom funktion av d, om $d < 6$ cm. Ögats synvidd är 25 cm. Linsernas huvudaxlar sammanfalla.
6. Vid ett tillfälle iordningställdes en Wheatstones bryggkombination av en jämntjock, 1 000 mm lång mättråd med glidkontakt, ett bekant motstånd på 1,000 Ω, ett obekant motstånd, en galvanometer, samt en ackumulator. Det obekanta motståndet inkopplades med hjälp av två koppartrådar av 0,5 mm² genomskärningsyta, likaså enohmsmotståndet. Galvanometern blev strömlös, när glidkontakten befann sig 200 mm från den ändpunkt av mättråden, till vilken det obekanta motståndet var anslutet. Huru stort var detta? Var och en av de fyra koppartrådarna är 20 cm lång, räknat mellan anslutningsklämmorna. Specifika ledningsmotståndet för koppar är 0,0175.
7. En gastom glödlampa av natriumhaltigt glas anbringas med fattningen uppåt och en del av glaskolven nedsänkt i en skål med smält natriumnitrat. Lampan drives med likström. Från lampans positiva tilledningstråd drages en ledning till en i smältan nedsänkt nickelplatta; denna ledning innehåller ett motstånd och en ampèremeter, kopplade i serie. När glödlampan lyser, utsändes från glödtråden elektroner, vilka neutralisera de natriumjoner, som genomträngt glödlampans glas. En natriumbeläggning uppstår alltså på insidan av lampans glas. Huru mycket natrium avskiljes per timme, om strömstyrkan i ledningen med ampèremetern är 0,100 A? Vid beräkningen antages, att varje natriumatom bär laddningen $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ coulomb och att 23,0 g natrium består av $6{,}02 \cdot 10^{23}$ atomer.
8. Ett motstånd $BD = 30\ \Omega$ är anslutet till ett likströmsnät för 120 V. Längs motståndet kan en glidkontakt C förskjutas. Mellan motståndets ena ändpunkt B och glidkontakten C är en ledning inkopplad, vars motstånd kan godtyckligt varieras. Man önskar, att strömstyrkan i denna ledning skall vara 8,0 A. Om detta skall låta sig göra, kan kontakten C dock icke stå alltför nära någon av punkterna B eller D. Angiv de gränser, mellan vilka glidkontakten måste befinna sig? Säkringarna tillåta icke större strömuttag från nätet än 10 A.

Resultat: **1.** 10,3 g. **2.** 689 kp. **3.** Eterångans tryck 442, 442, 441, 332, 268 mm Hg. **4.** — 5,6 cm. **5.** $m = 25\,(12 - d) : 36$. **6.** 0,240 Ω. **7.** 0,086 g. **8.** Om R är motståndet i BC och I strömmen från nätet, är $(I - 8)\,R + I\,(30 - R) = 120$, varav $R = (15I - 60) : 4$. Då $8A \leq I \leq 10A$, erhålles $15\ \Omega \leq R \leq 22{,}5\ \Omega$.

Realexamen V. T. 1949.

Provräkning.

1. Lös ekvationen
$$\frac{\frac{2x+0{,}5}{0{,}5}-3(x-1)}{x-0{,}4}=\frac{x-0{,}5}{x-1{,}3}.$$
2. En affärsman beräknade 35 % pålägg, då han bestämde försäljningspriset på vissa varor. Omkostnaderna för varornas lagring och försäljning uppgingo enligt hans beräkning till 20 % av försäljningspriset. Hur stor blev hans vinst i procent av inköpspriset?
3. Mellan Stockholm och Uppsala går en 66 km lång dubbelspårig järnväg. Ett snälltåg, som avgick från Uppsala kl. 13.39, mötte 30 km från Uppsala ett snabbgående godståg och kom fram till Stockholm kl. 14.34. Beräkna godstågets hastighet, om det avgick från Stockholm kl. 13.19. Båda tågen antagas gå med jämn hastighet.
4. En person ägde 720 aktier i ett bolag. Nominella värdet av en aktie var 25 kr och senaste årliga utdelning 1,75 kr per aktie. För att erhålla en säkrare placering av sitt kapital sålde han aktierna till 160 % kurs och köpte för de så erhållna pengarna 2,75 % obligationer till 96 % kurs. Hur mycket mindre blev genom denna omplacering hans årliga inkomst av kapitalet?
5. En person lät göra en brunn. Han avtalade med ett par arbetare, att de skulle gräva och spränga hålet till ett pris av 30 kr för varje meter, de grävde i jord, och 70 kr för varje meter, de sprängde i berg. Ett annat arbetslag åtog sig att därefter göra brunnen färdig, alltså mura den invändigt m. m., till ett pris av 32 kr per meter, oberoende av markens beskaffenhet. Då brunnen var färdig, fick han till det första arbetslaget betala 382 kr 50 öre och till det andra 216 kr. Hur djup var brunnen, och hur många meter hade grävts och hur många sprängts?
6. En punkt P utanför en cirkel ligger 18 cm från närmast belägna punkt på periferien. De från P till cirkeln dragna tangenterna PA och PB äro vardera 24 cm. Beräkna längden av kordan AB.
7. Från ett tankfartyg pumpades 400 000 gallons fotogen upp till en cistern i form av en stående cylinder med 20 m diameter. Under pumpningen levererades från cisternen 22 billaster, vardera på 3,2 ton. Hur mycket hade fotogenens yta höjts i cisternen, då pumpningen avslutats? 1 liter fotogen väger 0,8 kg. 1 gallon = 4,54 liter. $\pi = 3{,}14$.

8. Ett rakblad av viss modell har samma form som den del av en cirkels yta, som ligger mellan två lika långa parallella kordor. Rakbladets bredd är 22 mm, och diametern i den nyssnämnda cirkeln är 44 mm. Beräkna rakbladets yta, om ingen hänsyn tages till de hål, som finnas för rakbladets fastsättande i rakapparaten. $\pi = 3{,}14$.

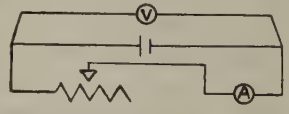
Resultat: **1.** $x = 1{,}5$. **2.** 8 %. **3.** 48 km/tim. **4.** 435 kr. **5.** Djupet 6,75 m, varav 2,25 m grävts. **6.** 13,44 cm. **7.** 5,50 m. **8.** 926 mm².

Uppgifter i fysik för tekniska linjen.

Obs. Lösningarna till uppgifterna 2, 3 och 7 böra vara försedda med enkla figurer.

1. Ett glasrör med några cm diameter har en längd av 2 à 3 dm. Ena mynningen täckes med en tunn, mycket lätt glasskiva och nedföres i vatten, så att skivan blir horisontell och kommer 15 cm under vattenytan; intet vatten tränger därvid in. I röret påfylles därpå rödsprit av tätheten 0,8 g/cm³. Hur mycket högre eller lägre än vattenytan står spriten i det ögonblick, då skivan lossnar?
2. Från en bil, som rör sig 15 m/sek, avskjutes vinkelrätt mot rörelseriktningen en pistolkula mot ett 18 m avlägset mål. Hur långt framom siktpunkten träffar kulan, ifall dess hastighet är 300 m/sek? Tyngdkraftens och luftmotståndets inverkan på kulans rörelse lämnas ur räkningen.
3. På en horisontell hylla ligga två cylindriska järnstänger med samma diameter tätt intill varandra. Ovanpå dessa lägges en tredje stång med samma diameter. Av andra föremål på hyllan hindras de båda underliggande cylindrarna att glida isär; var och en av cylindrarna tangerar alltså de båda andra. Den översta cylindern väger 30 kg. Hur stor kraft måste verka på denna cylinders ena ända, för att cylindern skall förskjutas i sin längdriktning? Kraften antages parallell med cylinderns axel. Friktionskoefficienten mellan cylinderytorna är 0,2.
4. En person vill bestämma verkningsgraden vid uppvärmning av vatten över en gasbrännare. Han vet på förhand, att gasens förbränningsvärme är 4 000 kcal per m³. Han avläser först gasmätaren, varefter 3,5 liter vatten uppvärmes på gaslågan från 15° till 90° C. När han återigen avläser gasmätaren, visar det sig, att 111 liter gas gått åt vid försöket. Vilket värde på verkningsgraden erhöll han?

5. Man vill fylla ett antal glaskolvar med syrgas. De fyllas först med vatten och placeras uppochnedvända i ett kärl med vatten. Syrgasen tages från en syrgasbomb, som innehåller 5,0 liter gas av trycket 2,27 kp/cm², och ledes underifrån in i den kolv, som skall fyllas. Den bubblar då upp genom vattnet och fyller småningom kolven helt och hållet. Man fyller på detta sätt kolv efter kolv, tills det inte kommer mer gas från bomben. Kolvarna tillkorkas och vändas. Därefter finnes i varje kolv 0,5 liter syrgas av trycket 1,00 kp/cm². Hur många kolvar kan man på detta sätt fylla? Syrgasbomben ger gas, tills trycket i bomben blir lika med det yttre lufttrycket, som är 750 mm kvicksilver. Temperaturen är konstant, medan fyllningen pågår. Kvicksilvrets täthet är 13,6 g/cm³.
6. Man vet genom beräkningar, att det genom väggar, dörrar och fönster i ett rum ledes bort 480 kcal/tim vid en bestämd temperatur inne och ute. En elektrisk värmematta, som är ansluten till en väggkontakt för 220 V, skall tillföra luften i rummet så mycket värme, att det täcker de beräknade värmeförlusterna. Hur många ohms motstånd skall värmemattan ha? 1 Ws = 0,24 cal.
7. I en skola vill man ha ström till en elektromagnet, som har motståndet 4,0 Ω och kräver en strömstyrka av ungefär 1,2 A. Man har ett hemmagjort motstånd, bestående av 8 seriekopplade motstånd, vartdera på 44 Ω. Motståndet är förfärdigat så, att 9 polskruvar inskruvats i en planka och de 8 delmotstånden anslutits till dessa med hjälp av 16 korta sladdar. Elektromagneten anslutes i serie med det hemmagjorda motståndet till en väggkontakt med spänningen 220 V. För att få den lämpliga strömstyrkan kan man sedan koppla en lång sladd utan nämnvärt motstånd mellan två polskruvar parallellt med ett eller flera av motstånden. Hur bör man inkoppla kortslutningssladden för att så nära som möjligt erhålla den önskade strömstyrkan?
8. En person vill undersöka, huru ett ackumulatorbatteri förhåller sig, då man uttager en strömstyrka av 6,0 A från batteriet. Han förfogar över ett skjutmotstånd, en voltmeter och en ampèremeter, som dock endast går upp till 3,0 A, och kopplar samman apparaterna efter vidstående schema. Först inställer han skjutmotståndet så, att ampèremetern visar 1,0 A; voltmetern visar då 2,58 V. Därefter ökar han strömstyrkan till 3,0 A, varvid voltmetern visar 2,40 V. Sedan borttages ampèremetern, och i stället anslutes skjutmotståndet direkt till batteriets poler, medan



voltmetern är inkopplad som förut. Vad skulle voltmetern visa, om strömstyrkan genom motståndet vore 6,0 A? Voltmeterns strömförbrukning kan lämnas ur räkningen.

Resultat: 1. 3,75 cm högre. 2. 0,9 m. 3. $\sqrt{48} = 6{,}93$ kp. 4. 59 %. 5. 12 st. 6. 87 Ω. 7. 4 motstånd kortslutas. 8. 2,13 V.

Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära för tekniska linjen.

1. Ett hål skall borras i en 40 mm tjock plåt. Borreffekten utgör 4 hk, borrens varvtal är 500 r/min och borren matas ned med 0,3 mm/varv. Hur stor blir vridpåkänningen i borrspindeln, som är 25 mm i diameter, och hur lång tid kräver borrningen?
2. Vid reparation av en maskin skall en försliten kuggväxel ersättas med en ny, men av den gamla växelns data har endast uppgivits, att utväxlingen är 1 : 3. Avståndet mellan axelcentra befinnes vara 272 mm. En hållfasthetsberäkning med ledning av axeldimensionerna ger vid handen, att modulen icke får understiga 6 mm. Bestäm växelns kuggantal, modul och delningsdiametrar.
3. Hur hög får en flaggstång av trä högst tagas, om dess diameter vid infästningen är 150 mm, vindtrycket vid storm uppskattas till 10 kp/m av stångens längd samt belastningen vid toppen till följd av vindens inverkan på flaggan antages uppgå till 15 kp? Tillåtna böjpåkänningen är 200 kp/cm².[1]
4. En stående hydraulisk press har cylinderdiametern 400 mm. Vattentrycket, som pressar kolven nedåt under arbetsslaget, är 90 atö. Cylindern uppbäres av 4 cylindriska pelare med 60 mm diameter. Hur stor blir påkänningen i pelarna under en pressning?
5. En personhiss, avsedd för en nyttig belastning av 255 kg förutom hisskorgen, som väger 400 kg, är försedd med en motvikt på 520 kg. Motviktens uppgift är att uppväga en del av lasten, varför den är upphängd i andra ändan av den lina, som uppbär hisskorgen. Linan löper över en hisstrumma. Beräkna den elektriska drivmotorns avgivna effekt i hästkrafter, om hissmaskineriets totala verkningsgrad är 50 %. Hissens hastighet är 1,25 m/s.
6. En stationär dieselmotor är direktkopplad till en elektrisk generator. Den senares verkningsgrad är 80 % och motorns 27 %.

[1] Uppg. 3 är här återgiven med ändrad lydelse.

Motorbränslets värmevärde är 10300 kcal/kg. Bränsleförbrukningen uppgår till 2,72 kg/h. Bestäm generatorns avgivna effekt i kilowatt.

7. Hur många procent ökas bärförmågan hos en kvadratisk bjälke, om den utan materialförlust söndersågas i fyra lika tjocka plankor och man av dessa bildar ett på högkant stående rektangulärt rör?
8. Redogör för de vanligast förekommande ångturbintyperna. Gör en systematisk indelning av dem och belys med skisser ångtryckets förändringar i de olika typerna.

Resultat: **1.** 187 kp/cm²; 16 sek. **2.** 17 och 51 kuggar; 8 mm modul; 136 och 408 mm diam. **3.** 10,1 m. **4.** 100 kp/cm². **5.** 4,5 hk. **6.** 7 kW. **7.** Vid böjning 92 %; vid knäckning 37,5 %.

Insänd litteratur.

W. H. HATCHER, *An Introduction to Chemical Science*, John Wiley & Sons, New York 1949, Pp. 449, $ 4.00.

I. M. FREEMAN, *Modern Introductory Physics*, McGraw-Hill Book Co., New York and London 1949, Pp. 491, 22 s. 6 d.

H. S. M. COXETER, *The Real Projective Plane*, McGraw-Hill Book Co., New York and London 1949, Pp. 196, 15 s. net.

H. MORGENAU, W. WATSON, C. MONTGOMERY, *Physics, Principles and Applications*, McGraw-Hill Book Co., New York and London 1949, Pp. 760, 25 s. net.

D. E. RUTHERFORD, *Substitutional Analysis*, Edinburgh, University Press 1948, Pp. 103, 25 s. net.

A. DENJOY, *Leçons sur le calcul des coefficiets d'une série trigonométrique*. Quatriéme partie: Les totalisations solution du problème de Fourier I. p. 327—482, 1500 fr. II. p. 483—715, 2200 fr. Gauthier-Villars, Paris 1949.

A. BLOCH, G. GUILLAUMIN, *La géometrie intégrale du contour gauche*, Gauthier-Villars, Paris 1949, p. 141, 1500 fr.

A. LUNDBAK, *Atomet og Universet*, Udg. af Studentersamfundets Oplysningsforening, Forlag Fremad, København 1949, 294 s., kr. 12:—.

E. TJORA, *Fysikkoppgaver for realgymnaset*. I. Varme, mekanikk, elektricitet, 130 s., kr. 4:30. II. Et utvalg av artiomsoppgaver intill 1947, 84 s., III. Facitliste I—II kr. 1:44. Olaf Norlis Forlag, Oslo 1947.

K. A. WINGÅRDH, *Röntgenstrålarna*, Natur o. Kultur, Stockholm 1948, 235 s., kr. 4:50.

F. TYRÉN, *Teknisk termodynamik*, Sv. Bokförl., Stockholm 1949, 89 s., kr. 4:55.

L. SMITH, *Organisk syntes*, 3:e uppl. Gleerups Förlag, Lund 1948, 178 s., kr. 6:05.

G. NILSSON, *Realskolans geometri, översikt och formelsamling*. Sv. Bokförl., Stockholm 1949, 33 s., kr. 1:20.

Upptäckter och uppfinningar, Folkskolans läsebok. Naturkunnighet III. Sv. Bokförl., Stockholm 1949, 284 s., kr. 3:60.

Folke Tyrén

TEKNISK TERMODYNAMIK

för tekniska läroverk och självstudier

Pris i pprb kr 4: 55

Föreliggande bok ger i elementär framställning grunddragen av den ideala gasens och ångans termodynamik jämte de viktigaste tekniska tillämpningarna. Den är närmast avsedd som kursbok vid de tekniska läroverken men torde med fördel också kunna användas vid andra läroanstalter och för självstudier. — Förståelsen av de termodynamiska sammanhangen underlättas genom den rikhaltiga samlingen av övningsuppgifter, som kompletterar den teoretiska framställningen.

SVENSKA BOKFÖRLAGET S B F NORSTEDT BONNIER

Svenska Bokförlaget
Drottninggatan 20 Stockholm

Norstedts Skolavdelning

har flyttat till moderna, rymliga lokaler

Bryggargatan 17

Tel. växel 23 29 70

Postadress Box 898, Stockholm 1

Vi inbjuda till besök i våra nyinredda lokaler, där vi kan visa ett flertal nya fysikapparater, en modern typ av likriktare-kopplingstavla, nya idéer för inredning av fysikbord m. m.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

SKOLAVDELNINGEN

STOCKHOLM

LUND 1949. HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI